

Theoretische und experimentelle
Untersuchungen zur Kohärenz von
Laseroszillatoren

von

Friedrich Hans Bodem

Erlangen 1977

1977 № 149



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41546228_0104

Theoretische und experimentelle Untersuchungen zur Kohärenz von Laseroszillatoren

Dem Fachbereich Ingenieurwissenschaften
der Universität Erlangen-Nürnberg
zur Erlangung des Grades
Doktor-Ingenieur

vorgelegt von
Friedrich Hans Bodem
Erlangen 1977



Als Dissertation genehmigt vom
Fachbereich Ingenieurwissenschaften
der Universität Erlangen - Nürnberg

Tag der Einreichung:	12. Januar 1977
Tag der Promotion:	10. März 1977
Dekan:	Professor Dr. rer. nat. H.J. Schneider
Berichterstatter:	Professor Dr.-Ing. H. Brand Professor Dr. rer. nat. A.W. Lohmann

Inhaltsverzeichnis

0.	Einleitung und Übersicht	0
1.	Die mathematische Beschreibung der Kohärenzeigenschaften eines Wellenfeldes	3
1.0	Vorbemerkung	3
1.1	Phänomenologische Beschreibung der räumlichen und zeitlichen Kohärenzeigenschaften eines Wellenfeldes	3
1.1.1	Interferenzexperimente Youngscher Art	3
1.1.2	Interferenzexperimente Michelsonscher Art	4
1.2	Die Theorie der Feldkorrelationen 2. Ordnung	5
1.2.1	Die komplexe Darstellung polyfrequenter Felder durch ana- lytische Signalfunktionen	5
1.2.2	Die Messung der Intensität optischer Wellenfelder durch Mittelwertbildungen	8
1.2.3	Darstellung der Feldamplitudenkorrelationen 2. Ordnung im Zeitbereich	12
1.2.4	Der komplexe Kohärenzgrad γ	14
1.2.5	Die Darstellung des komplexen Kohärenzgrades γ im Frequenz- bereich	15
1.2.6	Die Interferenzkontrastfunktion f_{IK}	17
1.2.7	Fourierspektroskopie	21
1.2.8	Kohärenzzeit, Kohärenzlänge, Kohärenzfläche und Kohärenz- volumen	22
1.2.9	Zusammenhänge zwischen Bandbreite und Kohärenzzeit eines optischen Wellenfeldes	29
1.2.10	Kohärenzeigenschaften unabhängiger Signale	31
2.	Die Kohärenzeigenschaften von Laseroszillatoren	37
2.0	Vorbemerkung	37
2.1	Die Ausgangscharakteristik von Laseroszillatoren mit Fabry- Perot-Resonator	37

2.2	Die Kohärenzeigenschaften von Dauerstrich-Laseroszillatoren mit Fabry-Perot-Resonator	48
2.2.1	Einschwingungstypbetrieb	48
2.2.2	Axialer Mehrschwingungstypenbetrieb	53
2.2.3	Allgemeiner Mehrschwingungstypenbetrieb	58
2.2.3.1	Zeitliche Kohärenzeigenschaften	59
2.2.3.2	Räumliche Kohärenzeigenschaften	59
2.2.4	Numerische und experimentelle Ergebnisse	66
2.2.4.1	Numerische Berechnung der Interferenz-Kontrastfunktion des He:Ne-Lasers im axialen Mehrschwingungstypenbetrieb	66
2.2.4.2	Vergleich der numerischen mit experimentellen Ergebnissen	73
2.3	Die Kohärenzeigenschaften von gepulsten Festkörperlasern mit Fabry-Perot-Resonator	74
2.3.1	Der freilaufende gepulste Festkörperlaser	74
2.3.2	Der gütegeschaltete gepulste Festkörperlaser	78
3.	Lineare Pulsmeßverfahren	82
3.0	Vorbemerkung	82
3.1	Zusammenhänge zwischen Pulslängen und Kohärenzzeiten	82
3.1.1	Einzel puls	82
3.1.2	Schwingungstypenkopplung	84
3.2	Zusammenhang zwischen den Meßgrößen linearer und quadratischer Pulslängenmeßverfahren	88
3.2.1	Einzel pulsmessungen	88
3.2.2	Schwingungstypenkopplungsbetrieb	90
3.3	Numerische Ergebnisse	91
3.4	Vergleich der numerischen mit experimentellen Ergebnissen	99
4.	Ein holographisches Verfahren zur Vermessung der Kohärenzeigenschaften nichtrepetierlicher Laserpulse	102
4.0	Vorbemerkung	102

4.1	Messung der zeitlichen Kohärenz durch photographische Aufzeichnung stehender Lichtwellen	104
4.2	Aufnahmeverfahren	107
4.2.1	Grundlagen	107
4.2.2	Experimentelle Realisierung	112
4.3	Experimentelle Ergebnisse	114
4.3.1	Untersuchung der Rückbeugung aus der Lippmann-Bragg- Struktur	114
4.3.2	Eichung der Lippmann-Bragg-Struktur	119
4.4	Diskussion des Verfahrens	122
4.5	Anwendungen des Verfahrens	125
5.	Zusammenfassung	127
	Anhang	130
	Literaturverzeichnis	131
	Verzeichnis der wichtigsten Formelzeichen	142

0. Einleitung und Übersicht

Der Versuch, Laseroszillatoren in ihren Eigenschaften von anderen optischen Strahlungsquellen abzugrenzen, führt meist zuerst zum Begriff der Kohärenz. Tatsächlich werden Laseroszillatoren meist ganz allgemein als "kohärente Lichtquellen" bezeichnet, mit denen man "kohärente Optik" betreibt. Es ist damit die Vorstellung verbunden, daß Kohärenz eine Eigenschaft des Laserstrahls ist, welche ihn schon rein qualitativ von allen anderen, in diesem Zusammenhang dann als "inkohärent" bezeichneten optischen Strahlungsfeldern unterscheidet.

Ein Grund für diese allgemeine und weitverbreitete begriffliche Assoziation von Laser und Kohärenz ist in den erstmals mit diesen Lichtgeneratoren beobachteten Interferenzerscheinungen zwischen optischen Feldern statistisch unabhängiger Quellen zu sehen (/110/,/112/,/113/,/114/,/115/). Mit dieser Entdeckung wurde "ein Jahrhunderte alter Lehrsatz, daß interferenzfähige Lichtbündel nur durch Abzweigen aus einem Bündel erhalten werden können, in dieser Allgemeinheit außer Kraft gesetzt" (Fleischmann /15/), so daß diese Eigenschaft der von Laseroszillatoren abgestrahlten Felder in der Tat ein aufsehenerregendes Novum war. Es waren somit auch Interferenzerscheinungen zwischen unabhängigen Laser-Wellenfeldern, welche zuerst Anlaß für spezielle Kohärenzbetrachtungen in Zusammenhang mit Laseroszillatoren gaben und zu ihrer Deutung Mittel der Photonenstatistik erforderten (/41/,/42/,/43/,/48/,/49/). Bei dem so gebrauchten Begriff der Kohärenz von Wellenfeldern kann man also von einer qualitativen Verschiedenheit des Lichtes von thermischen Quellen einerseits und von Laseroszillatoren andererseits sprechen.

Der in der interferometrischen Praxis weitaus wichtigere Kohärenzbegriff bezieht sich zweifellos auf die Interferenzfähigkeit der Wellen ein- und derselben Lichtquelle mit sich selbst. Diese Art von Kohärenz findet man, wenn auch in unterschiedlichem Maße, bei allen Lichtquellen vor. Der Unterschied zwischen Laseroszillatoren und anderen Lichtquellen liegt dabei lediglich in einer bei normalen Betriebsbedingungen vorhandenen strukturellen Verschiedenheit im Verlauf räumlicher und zeitlicher Kohärenzfunktionen. Dabei ist es aber prinzipiell durchaus möglich, ein gegebenes räumlich-zeitliches Kohärenzverhalten eines Laserwellenfeldes durch geeignete Raum- und Frequenzfilterungsmaßnahmen nach dem Van Cittert-Zernike-Theorem (/29/,/30/) und dem Wiener-Khintchine-Theorem (/1/) auch aus dem Wellenfeld zum Beispiel eines thermischen Strahlers zu gewinnen. Ein Beispiel hierfür sind die von Connes et.al. (/64/) durchgeführten

Lichtmodulationsexperimente , für die aus der Strahlung einer Quecksilberhochdrucklampe mit einem Fabry-Perot-Interferometer Licht mit einer Kohärenzlänge von 200 m ausgefiltert wurde. Die Begründung einer Theorie für die Interferenzfähigkeit von Lichtwellen geht bis zu den historischen Arbeiten von Verdet (/21/,/22/), Michelson (/24/,/25/,/26/), von Laue (/27/) und Berek (/28/) zurück und findet in den Arbeiten von Van Cittert (/29/,/30/), Zernike (/31/) und Hopkins (/32/,/33/) und in der schließlich von Wolf und Blanc-Lapierre und Dumontet (/35/) fertiggestellten Theorie der Feldkorrelationen 2. Ordnung einen im Bereich der Optik allgemein anerkannten Abschluß /1/.

Diese Theorie umfaßt eine mathematische Darstellung aller Interferenzphänomene, welche durch Superposition von je zwei an beliebigen Raum-Zeit-Punkten eines Wellenfeldes auftretenden Feldamplituden gedeutet werden können. Die für das Zustandekommen dieser Phänomene notwendigen Eigenschaften des Feldes werden als Kohärenzeigenschaften 2. Ordnung bezeichnet (von einigen Autoren wird hierfür die Bezeichnung Kohärenzeigenschaften 1. Ordnung verwendet).

Im Falle optischer Wellenfelder geht diese Theorie von einer Beschreibung des Feldes mit Mitteln der klassischen Maxwellschen Elektrodynamik aus, beinhaltet also keine quantenelektrodynamischen Komponenten. Sie ist somit auf die Beschreibung von experimentellen Sachverhalten begrenzt, in denen photonenstatistische Erscheinungen keinen expliziten Einfluß auf die beobachteten Effekte haben. Bei makroskopisch beobachtbaren Lichtinterferenzerscheinungen 2. Ordnung ist dies praktisch immer gegeben. Die Formulierung einer entsprechenden Kohärenztheorie mit Mitteln der Quantenelektrodynamik wurde von Glauber begründet (/58/,/59/).

Die Theorie der Feldkorrelationen 2. Ordnung ist auch Grundlage für die entsprechende Untersuchung der räumlichen und zeitlichen Kohärenzeigenschaften der von Laseroszillatoren emittierten Wellenfelder. Trotz des außergewöhnlichen Umfangs der im Zusammenhang mit Laseroszillatoren und -verstärkern erschienenen Publikationen sind die Berichte über theoretische und experimentelle Untersuchungen zur Kohärenz 2. Ordnung praktisch realisierter Lasersysteme überschaubar geblieben. Eine systematisch aufgebaute und umfassende Studie über die wichtigsten theoretischen und praktischen Aspekte der mit Laseroszillatoren beobachtbaren Kohärenzphänomene 2. Ordnung, welche insbesondere auch publizierte experimentelle Einzelergebnisse in ein einheitliches theoretisches Konzept einordnet, wurde dabei bislang noch nicht verfaßt. Eine solche Studie ist insbesondere für die Einschätzung der praktisch bedeutsamsten Laserarten in ihren verschiedenen Betriebszuständen hinsichtlich ihrer Eignung als Lichtquelle

für interferometrische und holographische Meß- und Aufnahmeverfahren nicht ohne Interesse. Dieser Umstand wurde zu einem Ausgangspunkt und zur Motivation der vorliegenden Arbeit.

In den ersten 3 Kapiteln wird die Kohärenztheorie 2. Ordnung zusammenfassend dargestellt und systematisch auf die von den praktisch wichtigsten Laseroszillatoren emittierten Wellenfelder angewandt. Die dabei gewonnenen Ergebnisse werden durch experimentelle Beobachtungen ergänzt. Im letzten Kapitel wird ein neuartiges, auf der Lippmann-Bragg-Holographie beruhendes Verfahren zur simultanen Erfassung und Aufzeichnung eines relativ großen Bereichs der zeitlichen Kohärenzfunktion eines optischen Wellenfeldes entwickelt und erprobt. Das Verfahren eignet sich insbesondere zur Vermessung der zeitlichen Kohärenzeigenschaften von einmaligen, nicht mit Sicherheit reproduzierbaren Laserpulsen.

1. Die mathematische Beschreibung der Kohärenzeigenschaften eines Wellenfeldes

1.0 Vorbemerkung

In diesem Kapitel soll der Begriff der Kohärenz von Wellenfeldern zusammenfassend so dargestellt werden, wie er gegenwärtig im Bereich der Theoretischen Optik übereinstimmend definiert und von der Mehrzahl der Autoren verwendet wird. Wir werden uns dabei auf die Beschreibung der Kohärenzphänomene zweiter Ordnung beschränken, d.h. auf Interferenzerscheinungen, welche durch Korrelationen von je zwei an beliebigen Raum-Zeit-Punktpaaren eines Wellenfeldes auftretenden Feldamplituden gedeutet werden können. Diese Korrelationen bilden die Grundlage für alle in dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen an Laseroszillatoren.

1.1 Phänomenologische Beschreibung räumlicher und zeitlicher Kohärenzeigenschaften eines Wellenfeldes

Die Entstehung des physikalischen Begriffes Kohärenz ist historisch eng mit optischen Interferenzexperimenten und der damit verbundenen Entdeckung der Welleneigenschaften optischer Strahlung verknüpft. Solche Experimente beinhalten im einfachsten Fall die Superposition zweier Wellenzüge und die Beobachtung ihrer Fähigkeit, über einen definierten Beobachtungszeitraum ein räumlich feststehendes Interferenzfeld zu erzeugen. Dabei kann man aus der Vielzahl der praktisch möglichen Realisierungen / 1 / zwei prinzipielle Verfahrensweisen abstrahieren:

1.1.1 Interferenzexperimente Youngscher Art

Bei den nach der historisch erstmaligen Realisierung benannten Interferenzexperimenten Youngscher Art werden ohne wesentliche Laufzeitunterschiede zwei Wellenzüge zur Superposition gebracht, welche durch r ä u m l i c h e Abtastung einer zu untersuchenden Wellenfront an zwei verschiedenen transversalen Punkten gewonnen werden (Bild 1).

Diese Art von Interferenzexperimenten liefert im wesentlichen Aussagen über die später noch genau zu definierenden räumlichen Kohärenzeigenschaften eines Wellenfeldes.

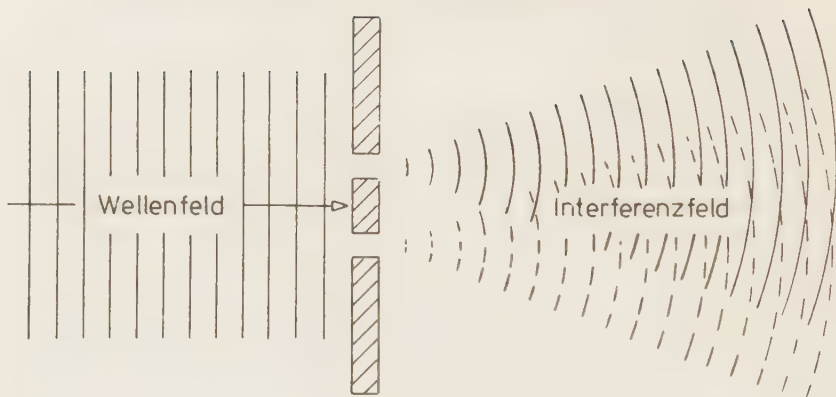


Bild 1: Prinzip eines Youngschen Interferenzexperiments

1.1.2 Interferenzexperimente Michelsonscher Art

Bei den nach der historisch erstmaligen Realisierung benannten Interferenzexperimenten Michelsonscher Art werden mit definiertem Laufzeitunterschied τ zwei in ihrer räumlichen Struktur gleichartige Wellenzüge zur Superposition gebracht, welche durch Amplitudenteilung der zu untersuchenden Wellenfront gewonnen werden (Bild 2).

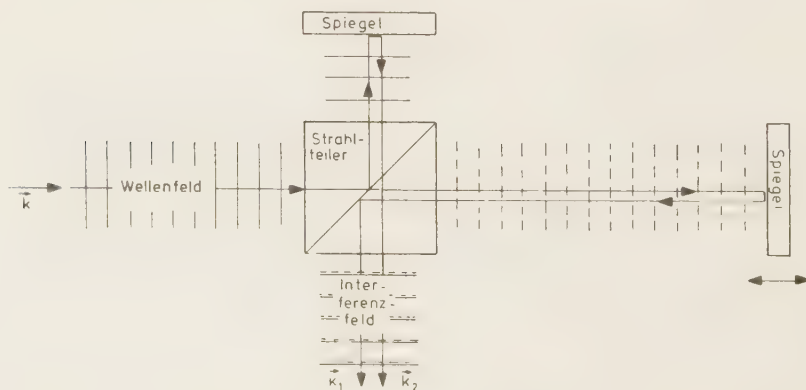


Bild 2: Prinzip eines Michelsonschen Interferenzexperiments

Diese Art von Interferenzexperimenten liefert im wesentlichen Aussagen über die später noch genau zu definierenden zeitlichen Kohärenzeigenschaften eines Wellenfeldes.

1.2 Die Theorie der Feldkorrelationen 2. Ordnung

Für die Beschreibung und exakte Definition der Kohärenzeigenschaften eines Wellenfeldes wurde in neuerer Zeit eine allgemein anerkannte mathematische Formulierung entwickelt, welche wir im folgenden in einer für die späteren Untersuchungen geeigneten Form darstellen werden.

Eine ausführliche allgemeine Darstellung findet man in / 1 /.

1.2.1 Die komplexe Darstellung polyfrequenter Felder durch analytische Signalfunktionen

Für die analytische Untersuchung des Verhaltens von Wellenfeldern mit einem endlich breiten Frequenzspektrum eignet sich die im folgenden entwickelte auf Gabor / 1 / zurückgehende komplexe mathematische Darstellung, welche als natürliche Erweiterung der komplexen Darstellung von monofrequenten zeitharmonischen Vorgängen betrachtet werden kann.

Wir beschränken uns im folgenden auf die Darstellung von Kohärenzphänomenen, welche durch eine einzige Feldkomponente des Wellenfeldes beschrieben werden können. Dies ist z.B. bei linear polarisierten elektromagnetischen Feldern der Fall, wie sie bei Laserausgangssignalen meist vorliegen. Eine Feld- oder Potentialkomponente des zu beschreibenden Wellenfeldes werde durch eine reelle zeit- und ortsabhängige Amplitudenfunktion $V^R(\vec{r}, t)$ beschrieben. Wir können $V^R(\vec{r}, t)$ bei Erfüllung der mathematischen Voraussetzungen / 20 / ein reelles Fourierintegral gemäß

$$V^R(\vec{r}, t) = \int_0^{\infty} a(\vec{r}, f) \cos [\phi(\vec{r}, f) + 2\pi f t] df \quad (1)$$

zueinander. Definieren wir nun mit der Gleichung

$$V^I(\vec{r}, t) = \int_0^{\infty} a(\vec{r}, f) \sin [\phi(\vec{r}, f) + 2\pi f t] df \quad (2)$$

eine zu $V^R(\vec{r}, t)$ assoziierte Funktion $V^I(\vec{r}, t)$, so können wir $V^R(\vec{r}, t)$ und $V^I(\vec{r}, t)$ als Real- und Imaginärteil einer komplexen Funktion $V(\vec{r}, t)$ auffassen und schreiben

$$V(\vec{r}, t) = V^R(\vec{r}, t) + jV^I(\vec{r}, t) = \int_0^{\infty} a(\vec{r}, f) e^{j[\varphi(\vec{r}, f) + 2\pi f t]} df \quad (3)$$

Die komplexe Funktion $V(\vec{r}, t)$ wird das $V^R(\vec{r}, t)$ zugeordnete analytische Signal genannt.

$V^R(\vec{r}, t)$ und $V^I(\vec{r}, t)$ bezeichnet man als zugeordnete Fourierintegrale.

Sie sind durch Hilberttransformationen wie folgt konjugiert:

$$V^I(\vec{r}, t) = \frac{1}{\pi} \oint_{-\infty}^{\infty} \frac{V^R(\vec{r}, t')}{t' - t} dt' \quad (4a)$$

$$V^R(\vec{r}, t) = -\frac{1}{\pi} \oint_{-\infty}^{\infty} \frac{V^I(\vec{r}, t')}{t' - t} dt' \quad (4b)$$

In (4a) und (4b) bedeutet das Symbol $\oint$ die Cauchysche Hauptwertbildung bei $t = t'$.

Ist die reelle Funktion $V^R(\vec{r}, t)$ im Unterschied zu (1) als komplexes Fourierintegral

$$V^R(\vec{r}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} v(\vec{r}, f) e^{j2\pi f t} df ; v(\vec{r}, f) = \int_{-\infty}^{\infty} V^R(\vec{r}, t) e^{-j2\pi f t} dt \quad (5)$$

mit

$$v(\vec{r}, -f) = v^*(\vec{r}, f) \quad (6)$$

vorgegeben, so ergibt der Vergleich mit (1)

$$v(\vec{r}, f) = \frac{1}{2} a(\vec{r}, f) e^{j\phi(\vec{r}, f)} ; \phi(\vec{r}, -f) = -\phi(\vec{r}, f) \quad (7)$$

und damit erhalten wir aus (3) für das $V^R(\vec{r}, t)$ zugeordnete analytische Signal $V(\vec{r}, t)$

$$V(\vec{r}, t) = 2 \int_0^{\infty} v(\vec{r}, f) e^{j2\pi f t} df \quad (8)$$

Entsprechend gilt

$$V(\vec{r}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} u(\vec{r}, f) e^{j2\pi f t} df \quad (9)$$

mit

$$u(\vec{r}, f) = \frac{1}{2} a(\vec{r}, f) e^{j\phi'(\vec{r}, f)} \quad (10)$$

$$\phi'(\vec{r}, f) = \phi(\vec{r}, f) - \frac{\pi}{2} \quad (11)$$

$$\phi'(\vec{r}, -f) = -\phi'(\vec{r}, f) \quad (12)$$

Ist die komplexe Spektraldichtefunktion $v(\vec{r}, f)$ nur in einem Frequenzbereich $f \approx \bar{f}$ um eine geeignet zu wählende mittlere Signalfrequenz $\bar{f}$ wesentlich von Null verschieden, so wird $V(\vec{r}, t)$ als quasimonochromatisches analytisches Signal bezeichnet und kann in guter Näherung in der Form

$$V(\vec{r}, t) = a(\vec{r}, t) e^{j(\phi(\vec{r}, t) + 2\pi \bar{f} t)} \quad (13)$$

dargestellt werden. Die reelle Funktion $a(\vec{r}, t)$ beschreibt eine Amplitudenmodulation, die reelle Funktion $\phi(\vec{r}, t)$ eine Phasenmodulation des Signals. Daß (13) ein analytisches Signal ist, zeigen wir wie folgt:

Der Realteil von (13) hat nach (5) eine komplexe Spektraldichtefunktion

$$v(\vec{r}, f) = \int_{-\infty}^{\infty} a(\vec{r}, t) \cos(\phi(\vec{r}, t) + 2\pi \bar{f} t) e^{-j2\pi f t} dt \quad (14)$$

Für die komplexe Spektraldichtefunktion des Imaginärteils gilt andererseits

$$u(\vec{r}, f) = \int_{-\infty}^{\infty} a(\vec{r}, t) \sin(\phi(\vec{r}, t) + 2\pi \bar{f} t) e^{-j2\pi f t} dt \quad (15)$$

Mit der Variablentransformation $t \rightarrow t' = t + \frac{1}{4\bar{f}}$

erhalten wir aus (15)

$$u(\vec{r}, f) = \int_{-\infty}^{\infty} a(\vec{r}, t + \frac{1}{4\bar{f}}) \cos(\phi(\vec{r}, t + \frac{1}{4\bar{f}}) + 2\pi \bar{f} t) e^{-j2\pi f t} dt e^{-j\frac{\pi}{2} \frac{f}{\bar{f}}} \quad (16)$$

Da $a(t)$ und $\epsilon(t)$ über einen Zeitraum $\frac{1}{4f}$ bei einem quasimonochromatischen Signal nahezu konstant bleiben und $\frac{f}{T} \approx 1$ für alle betrachteten f gilt, liefert der Vergleich von (16) mit (14)

$$u(\vec{r}, f) \approx e^{-j\frac{\pi}{2}} v(\vec{r}, f) \quad (17)$$

Der Vergleich von (17) mit (10) und (11) zeigt schließlich, daß die Spektraldichtefunktionen $v(\vec{r}, f)$ und $u(\vec{r}, f)$ des Signals (13) den Real- bzw. Imaginärteil eines analytischen Signals bestimmen.

Die Darstellung eines quasimonochromatischen analytischen Signals nach (13) wird sich bei einigen späteren Betrachtungen als sehr nützlich erweisen.

Aus dem Parsevalschen Theorem ergibt sich für die eingeführten Funktionen $V(\vec{r}, t)$, $V^R(\vec{r}, t)$, $V^I(\vec{r}, t)$ und $v(\vec{r}, f)$ die folgende wichtige Beziehung:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} (V^R(\vec{r}, t))^2 dt &= \int_{-\infty}^{\infty} (V^I(\vec{r}, t))^2 dt = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} V(\vec{r}, t) V^*(\vec{r}, t) dt = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} |v(\vec{r}, f)|^2 df = 2 \int_0^{\infty} |v(\vec{r}, f)|^2 df \end{aligned} \quad (18)$$

1.2.2 Die Messung der Intensität optischer Wellenfelder durch Mittelwertbildungen

Eine ideale Vermessung eines optischen Wellenfeldes würde die exakte Darstellung des zeitlichen und räumlichen Verhaltens der Funktionen $V^R(\vec{r}, t)$ beinhalten. Deren Kenntnis würde das optische Wellenfeld vollständig beschreiben und die Vermessung abgeleiteter Größen, wie z.B. der später zu betrachtenden Kohärenzeigenschaften, prinzipiell überflüssig machen. Die schnellsten optischen Detektoren haben jedoch ein zeitliches Auflösungsvermögen, welches das Echtzeitverhalten eines optischen Signals auch nicht annähernd zu erfassen oder gar darzustellen vermag.

Alle Detektoren integrieren vielmehr die auf die Empfangsfläche auffallende optische Leistung über Zeitintervalle auf, deren Breite $2 t_D$ groß ist gegenüber der Periodendauer T optischer Schwingungen. Sie liefern eine Meßgröße, die entweder der im Meßintervall $2 t_D$ eingefallenen optischen Gesamtenergie oder bereits der über das Meßintervall gemittelten optischen Leistung proportional ist. Informationen über ein optisches Wellenfeld,

insbesondere auch über seine Kohärenzeigenschaften, müssen somit stets indirekt über Leistungsmessungen gewonnen werden.

Für die im Meßintervall $2 t_D$ am Ort $\vec{r}$ in den Detektor pro Flächeneinheit einfallende optische Energie $W(\vec{r}, t_D)$ gilt:

$$W(\vec{r}, t_D) = c_I \int_{-t_D}^{t_D} 2 (V^R(\vec{r}, t))^2 dt \quad (19)$$

wobei ein genügend großes räumliches Auflösungsvermögen des Detektors angenommen wird und c_I eine geeignet zu wählende Konstante ist, welche die auf die vorgegebene Detektorempfangsfläche pro Flächeneinheit auftreffende optische Leistung mit dem zugehörigen Feldamplitudenquadrat verknüpft. Für die vom Detektor pro Flächeneinheit empfangene und über das Meßintervall $2 t_D$ zeitlich gemittelte Leistung $I(\vec{r}, t_D)$ gilt dann:

$$I(\vec{r}, t_D) = \frac{1}{2t_D} c_I \int_{-t_D}^{t_D} 2 (V^R(\vec{r}, t))^2 dt = 2c_I \langle (V^R(\vec{r}, t))^2 \rangle \quad (20)$$

Die Beziehung (18) setzt, ebenso wie schon die Darstellung des Signals $V^R(\vec{r}, t)$ nach (5), eine über den gesamten Zeitbereich quadratisch integrierbare Funktion $V^R(\vec{r}, t)$ voraus / 20 /. Diese Bedingung ist für eine Amplitudenfunktion $V^R(\vec{r}, t)$, welche einen zeitlich begrenzten optischen Wellenzug beschreibt, wie er z.B. von einem Einzelpuls laser emittiert wird, von der physikalischen Anschauung her offensichtlich erfüllt, da der Energieinhalt eines Pulses endlich ist.

Die Beziehungen (5) und (18) sind auf diesen Fall also unmittelbar anwendbar und der Wellenzug hat ein nach Betrag und Phase genau definiertes Fourierspektrum.

Anders liegen die Verhältnisse bei der meßtechnischen Analyse von (im Prinzip) zeitlich unbegrenzten optischen Wellenfeldern.

Das Wellenfeld wird in diesem Fall durch eine (im Prinzip) zeitlich unbegrenzte Amplitudenfunktion $V^R(\vec{r}, t)$ beschrieben, welche bestimmten statistischen Schwankungen unterworfen sein kann. Da $V^R(\vec{r}, t)$ wegen des nach physikalischer Anschauung offensichtlich unbegrenzten Energieinhalts eines solchen Signals nicht quadratisch integrierbar ist, verbietet sich eine Darstellung nach (1). Um trotzdem eine definierte mathematische und meßtechnische Analyse des Signals zu ermöglichen, geht man wie folgt vor:

Man betrachtet zunächst den zeitlichen Verlauf der Funktion $V^R(\vec{r}, t)$ in einem Intervall der Breite $2 t_D$ symmetrisch zu einer Mittenzeit t_M und bestimmt mit einem Detektor die zeitlich gemittelte Leistung

$$I(\vec{r}, t_D, t_M) = \frac{1}{2t_D} c_I \int_{t_M - t_D}^{t_M + t_D} 2 (V^R(\vec{r}, t))^2 dt \quad (21)$$

Definiert man jetzt eine Funktion $V^R(\vec{r}, t_D, t_M, t)$ mit den Eigenschaften

$$V^R(\vec{r}, t_D, t_M, t) = \begin{cases} V^R(\vec{r}, t) & \text{für } t_M - t_D \leq t \leq t_M + t_D \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (22)$$

so kann man für (21) schreiben:

$$I(\vec{r}, t_D, t_M) = \frac{1}{2t_D} c_I \int_{-\infty}^{\infty} 2 (V^R(\vec{r}, t_D, t_M, t))^2 dt \quad (23)$$

Die in (22) definierte Funktion ist also offensichtlich quadratisch integrierbar und hat somit eine Darstellung nach (5):

$$V^R(\vec{r}, t_D, t_M, t) = \int_{-\infty}^{\infty} v(\vec{r}, t_D, t_M, f) e^{j2\pi f t} df \quad (24)$$

Die Beziehung (18) ist somit auf das durch (22) beschriebene Signal anwendbar.

Die Vorstellung einer auf den Beobachtungszeitraum $2 t_D$ zeitlich begrenzten Feldamplitudenfunktion nach (22) ist völlig ausreichend, wenn die aus entsprechenden Messungen gewonnenen Aussagen über das betrachtete optische Wellenfeld nur für dessen Eigenschaften in eben diesem speziellen Zeitraum Gültigkeit haben sollen. Dieser Sachverhalt ist in der experimentellen und meßtechnischen Praxis fast ausschließlich von Interesse.

In Zusammenhang mit zeitlich unbegrenzten optischen Wellenfeldern, deren Feldamplitude $V^R(\vec{r}, t)$ einer für die Lichtquelle charakteristischen Statistik genügt, kann darüberhinaus das folgende erweiterte Konzept entwickelt werden:

Die auf $V^R(r, t_D, t_M, t)$ anwendbare Gleichung (18) wird mit $\frac{c_I}{t_D}$ multipliziert und der Grenzübergang

$$I(\vec{r}) := \lim_{t_D \rightarrow \infty} \frac{c_I}{2t_D} \int_{-\infty}^{\infty} 2(V^R(\vec{r}, t_D, t_M, t))^2 dt = \lim_{t_D \rightarrow \infty} c_I \int_{-\infty}^{\infty} 2G(\vec{r}, t_D, t_M, f) df \quad (25)$$

mit

$$G(\vec{r}, t_D, t_M, f) = \frac{1}{2t_D} |v(\vec{r}, t_D, t_M, f)|^2 \quad (26)$$

betrachtet.

Existiert der erste in (25) definierte Grenzwert, so ist er bei einem stationären Signal $V^R(\vec{r}, t)$ unabhängig von t_M und hat die Bedeutung einer zeitlich gemittelten Signalintensität.

Das in (26) definierte sogenannte Periodogramm $G(\vec{r}, t_D, t_M, f)$ ist jedoch im allgemeinen für $t_D \rightarrow \infty$ starken Fluktuationen unterworfen, so daß der zweite in (25) definierte Grenzwert in dieser Form nicht existiert (/ 1 /, / 52 /). Einen Ausweg eröffnet eine angenommene Ergodizität des Signals $V^R(\vec{r}, t)$. In diesem Falle kann in Gleichung (25) die Größe $G(\vec{r}, t_D, t_M, f)$ durch ihren Mittelwert $E\{G(\vec{r}, t_D, t_M, f)\}$ über ein statistisches Ensemble von Signalen $V^R(\vec{r}, t)$ ersetzt werden:

$$\lim_{t_D \rightarrow \infty} \frac{c_I}{2t_D} \int_{-\infty}^{\infty} 2(V^R(\vec{r}, t_D, t_M, t))^2 dt = \lim_{t_D \rightarrow \infty} c_I \int_{-\infty}^{\infty} 2E\{G(\vec{r}, t_D, t_M, f)\} df \quad (27)$$

Da nunmehr die Grenzwerte auf beiden Seiten der Gleichung (27) existieren / 52 /, stellt diese die auf stochastische (stationäre und ergodische) optische Wellenfelder erweiterte Beziehung nach Gleichung (18) dar. Durch sie wird eine sich im Ensemblemittel ergebende charakteristische spektrale Leistungsdichte des betrachteten stochastischen Signals hypothetisiert. Dieses Konzept ist allerdings nur von theoretischem bzw. gedankenexperimentellem Interesse, da es praktisch unmöglich ist, ein statistisches Ensemble von beliebig vielen gleichartigen stochastischen optischen Wellenfeldern zu präparieren bzw. die zur Verifizierung der Gleichung (27) notwendigen Messungen auszuführen / 18 /.

In diesem Sinne ist das Konzept eines ergodischen Signals $V^R(\vec{r}, t)$ auch für die meßtechnische Erfassung des Emissionsverhaltens von Dauerstrich-Laseroszillatoren ohne jede praktische Bedeutung. Ausgangspunkt für eine

Analyse der über einen Beobachtungszeitraum $2 t_D$ durchgeführten Leistungsmessungen bzw. der davon abgeleiteten Größen wird deshalb bei unseren späteren Betrachtungen stets die nach (22) auf diesen Zeitraum begrenzte Funktion $V^R(\vec{r}, t_D, t_M, t)$ sein, welche im allgemeinen nicht repräsentativ für das Emissionsverhalten des Laseroszillators zu anderen Zeitpunkten ist.

1.2.3 Darstellung der Feldamplitudenkorrelationen 2. Ordnung im Zeitbereich

Die Kohärenzeigenschaften 2. Ordnung eines Wellenfeldes sind durch Angabe der nachfolgend eingeführten zeitlichen Korrelationsfunktionen zwischen jeweils 2 Feldamplitudenfunktionen $V^R(\vec{r}, t)$ mit verschiedenen räumlich-zeitlichen Koordinatenwerten $(\vec{r}, t)$ beschreibbar.

Zur mathematischen Formulierung dieser Korrelationsfunktionen betrachten wir Bild 3. An zwei durch die Ortsvektoren $\vec{r}_1$ und $\vec{r}_2$ beschriebenen Punkten des Wellenfeldes lassen wir zur Zeit t durch die jeweiligen Feldamplituden $V^R(\vec{r}_1, t)$ bzw. $V^R(\vec{r}_2, t)$ in geeigneter, das Raum-Zeit-Verhalten des Wellenfeldes in der Umgebung von $\vec{r}_1$ und $\vec{r}_2$ nicht störender Weise, die sekundären Amplitudengrößen $K_1 V^R(\vec{r}_1, t)$ und $K_2 V^R(\vec{r}_2, t)$ erzeugen und bringen sie mit der zeitlichen Verzögerung τ_1 bzw. τ_2 zur Superposition.

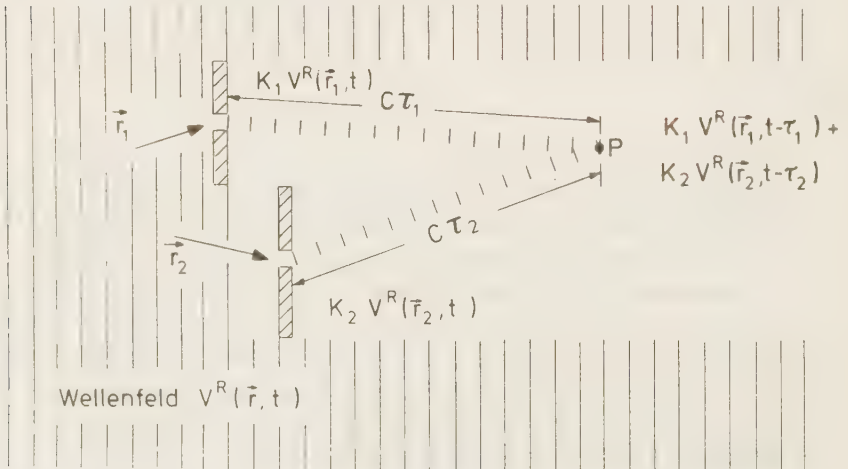


Bild 3: Prinzip eines Experiments zur Darstellung von räumlich-zeitlichen Amplitudenkorrelationen eines Wellenfeldes

Es entsteht dabei am Überlagerungsort P die Amplitude

$$V_P^R(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t, \tau_1, \tau_2) = K_1 V^R(\vec{r}_1, t - \tau_1) + K_2 V^R(\vec{r}_2, t - \tau_2) \quad (28)$$

Wir ordnen nun $V_P^R(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t, \tau_1, \tau_2)$, $V^R(\vec{r}_1, t - \tau_1)$ und $V^R(\vec{r}_2, t - \tau_2)$ gemäß (1), (2) und (3) ihre jeweiligen analytischen Signale $V_P(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t, \tau_1, \tau_2)$, $V(\vec{r}_1, t - \tau_1)$ und $V(\vec{r}_2, t - \tau_2)$ zu.

Für die am Ort P vom Detektor pro Flächeneinheit empfangene und nach (20) bzw. (27) zeitlich gemittelte Leistung gilt dann

$$\begin{aligned} I(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau_1, \tau_2) &= c_I \langle V_P(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t, \tau_1, \tau_2) V_P^*(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t, \tau_1, \tau_2) \rangle = \\ &= c_I \langle (K_1 V(\vec{r}_1, t - \tau_1) + K_2 V(\vec{r}_2, t - \tau_2)) (K_1 V(\vec{r}_1, t - \tau_1) + K_2 V(\vec{r}_2, t - \tau_2))^* \rangle = \\ &= c_I (K_1^2 \langle V(\vec{r}_1, t - \tau_1) V^*(\vec{r}_1, t - \tau_1) \rangle + K_2^2 \langle V(\vec{r}_2, t - \tau_2) V^*(\vec{r}_2, t - \tau_2) \rangle + \\ &\quad + 2K_1 K_2 \Gamma_2^R(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t, \tau_1, \tau_2)) \end{aligned} \quad (29)$$

wobei $\Gamma_2^R(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau_1, \tau_2)$ der Realteil des Kreuzkorrelationsintegrals 2. Ordnung (engl.: mutual coherence function)

$$\Gamma_2(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau_1, \tau_2) = \langle V(\vec{r}_1, t - \tau_1) V^*(\vec{r}_2, t - \tau_2) \rangle \quad (30)$$

ist und das Symbol $\langle \rangle$ für den jeweils durchgeführten zeitlichen Mittelungsprozess steht.

Mit dem in (30) definierten Kreuzkorrelationsintegral Γ_2 , welches die grundlegende Größe für die analytische Behandlung der Kohärenzphänomene 2. Ordnung darstellt, werden beide Arten der in 1.1 beschriebenen Interferenzphänomene erfaßt.

Dabei gilt

$\vec{r}_1 \neq \vec{r}_2, \tau_1 \approx \tau_2$ für Interferenzexperimente nach Young (Bild 1)

$\vec{r}_1 \approx \vec{r}_2, \tau_1 \neq \tau_2$ für Interferenzexperimente nach Michelson (Bild 2).

Die Ausdrücke $\langle V(\vec{r}_1, t - \tau_1) V^*(\vec{r}_1, t - \tau_1) \rangle$ und $\langle V(\vec{r}_2, t - \tau_2) V^*(\vec{r}_2, t - \tau_2) \rangle$ stellen bis auf die Konstante c_I die vom Detektor an den Punkten $\vec{r}_1$ bzw. $\vec{r}_2$ pro Flächeneinheit empfangenen und zeitlich gemittelten Leistungen $I_F(\vec{r}_1)$ und $I_F(\vec{r}_2)$ des ungestörten Wellenfeldes $V^R(\vec{r}, t)$ dar:

$$I_F(\vec{r}_1) = c_I \langle V(\vec{r}_1) V^*(\vec{r}_1) \rangle \quad (31)$$

$$I_F(\vec{r}_2) = c_I \langle V(\vec{r}_2) V^*(\vec{r}_2) \rangle \quad (32)$$

1.2.4 Der komplexe Kohärenzgrad γ

Es erweist sich als zweckmäßig, das Kreuzkorrelationsintegral Γ_2 wie folgt zum sogenannten komplexen Kohärenzgrad γ zu normieren:

$$\gamma(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau_1, \tau_2) = \frac{\Gamma_2(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau_2, \tau_1)}{\sqrt{\Gamma_2(\vec{r}_1, \vec{r}_1, \tau_1 = \tau_2 = 0)} \sqrt{\Gamma_2(\vec{r}_2, \vec{r}_2, \tau_1 = \tau_2 = 0)}} \quad (33)$$

Mit (30), (31) und (32) wird daraus

$$\gamma(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau_1, \tau_2) = c_I \frac{\Gamma_2(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau_2, \tau_1)}{\sqrt{I_F(\vec{r}_1)} \sqrt{I_F(\vec{r}_2)}} \quad (34)$$

Mit (31), (32) und (34) wird aus (29) das sogenannte "allgemeine Interferenzgesetz für stationäre optische Felder":

$$I(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau_1, \tau_2) = K_1^2 I_F(\vec{r}_1) + K_2^2 I_F(\vec{r}_2) + 2K_1 K_2 \sqrt{I_F(\vec{r}_1)} \sqrt{I_F(\vec{r}_2)} \gamma^R(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau_1, \tau_2) \quad (35)$$

wobei γ^R der Realteil des in (33) definierten komplexen Kohärenzgrades γ ist.

Die Beziehung (35) beinhaltet eine praktisch realisierbare Meßvorschrift für den Realteil γ^R von γ . Bezeichnen wir mit $I(\vec{r}_1)$ und $I(\vec{r}_2)$ die vom Detektor pro Flächeneinheit empfangenen und zeitlich gemittelten Leistungen der von $V^R(\vec{r}_1, t)$ bzw. $V^R(\vec{r}_2, t)$ abgeleiteten sekundären Feldamplituden am Superpositionsunkt P, so gilt mit (28), (31) und (32)

$$I(\vec{r}_1) = K_1^2 I_F(\vec{r}_1) \quad (36)$$

$$I(\vec{r}_2) = K_2^2 I_F(\vec{r}_2) \quad (37)$$

Damit erhalten wir aus (35)

$$\gamma^R(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau_1, \tau_2) = \frac{I(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau_1, \tau_2) - I(\vec{r}_1) - I(\vec{r}_2)}{2 \sqrt{I(\vec{r}_1)} \sqrt{I(\vec{r}_2)}} \quad (38)$$

Alle in (38) erscheinenden optischen Intensitätsgrößen können am Punkt P mit einem geeigneten Detektor gemessen werden. Für die Messung von $I(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau_1, \tau_2)$ läßt man dabei beide Feldamplituden $K_1 V^R(\vec{r}_1, t - \tau_1)$ und $K_2 V^R(\vec{r}_2, t - \tau_2)$ auf die Detektorfläche auftreffen, für die Messung von $I(\vec{r}_1)$ bzw. $I(\vec{r}_2)$ jeweils nur die Feldamplitude $K_1 V^R(\vec{r}_1, t - \tau_1)$ bzw. $K_2 V^R(\vec{r}_2, t - \tau_2)$.

Da γ , wie wir später noch sehen werden, ein analytisches Signal in $\tau = \tau_1 - \tau_2$ ist, kann aus γ^R mit einer Hilberttransformation analog (4a) der Imaginärteil γ^I von γ und damit γ selbst bestimmt werden. Aus der Definition von γ folgt, daß stets $|\gamma| \leq 1$ gilt.

Mit der Größe γ wird nun die Kohärenz eines Wellenfeldes in zwei Raum-Zeit-Punkten $(\vec{r}_1, t - \tau_1)$ und $(\vec{r}_2, t - \tau_2)$ definiert. Definitionsgemäß ist das Wellenfeld in zwei Raum-Zeit-Punkten $(\vec{r}_1, t - \tau_1)$ und $(\vec{r}_2, t - \tau_2)$

$$\begin{aligned} \text{vollständig kohärent für} & \quad |\gamma(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau_1, \tau_2)| = 1 \\ \text{partiell kohärent für} & \quad 0 < |\gamma(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau_1, \tau_2)| < 1 \\ \text{vollständig inkohärent für} & \quad |\gamma(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau_1, \tau_2)| = 0 \end{aligned} \quad (39)$$

Eine anschauliche Bedeutung erhält die so definierte Kohärenz in Zusammenhang mit dem später betrachteten praktisch wichtigen Fall der quasimonochromatischen optischen Wellenfelder.

Die eingangs phänomenologisch eingeführten Begriffe "räumliche Kohärenz" und "zeitliche Kohärenz" stellen sich nunmehr als Teilaspekte der in (39) definierten Kohärenz in Raum und Zeit dar.

1.2.5 Die Darstellung des komplexen Kohärenzgrades γ im Frequenzbereich

Die Feldamplituden eines nach (22) auf den Beobachtungszeitraum $2 t_D$ zeitlich begrenzten Wellenfeldes $V^R(\vec{r}, t_D, t_M, t)$ an den Punkten $\vec{r}_1$ und $\vec{r}_2$ können nach (8) durch die analytischen Signale

$$V(\vec{r}_1, t_D, t_M, t) = 2 \int_0^\infty v(\vec{r}_1, t_D, t_M, f) e^{j2\pi f t} df \quad (40a)$$

$$V(\vec{r}_2, t_D, t_M, t) = 2 \int_0^\infty v(\vec{r}_2, t_D, t_M, f) e^{j2\pi f t} df \quad (40b)$$

dargestellt werden. Definiert man nun mit

$$G(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_D, t_M, f) = \frac{v(\vec{r}_1, t_D, t_M, f) \cdot v^*(\vec{r}_2, t_D, t_M, f)}{2 t_D} \quad (41)$$

eine über den Beobachtungszeitraum $2 t_D$ gemittelte Kreuzspektraldichtefunktion und mit

$$\tau = \tau_2 - \tau_1 \quad (42)$$

die Zeitverschiebung τ in der Amplitudensuperposition am Ort P, so läßt sich mit (30), (40a) und (40b) die Beziehung

$$\Gamma_2(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_D, t_M, \tau) = 4 \int_0^{\infty} G(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_D, t_M, f) e^{j2\pi f\tau} df \quad (43)$$

herleiten. Für stochastische optische Wellenfelder kann im Falle der Ergodizität in Gleichung (43) wieder der Grenzübergang $t_D \rightarrow \infty$ durchgeführt werden, wenn $G(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_D, t_M, f)$ durch den Ensemblemittelwert $E\{G(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_D, t_M, f)\}$ ersetzt wird. Die in diesem Zusammenhang in Abschnitt 1.2.2 gemachten Bemerkungen gelten dabei hier in gleicher Weise.

Ein Vergleich der Gleichung (43) mit (8) zeigt, daß Γ_2 ein analytisches Signal in τ ist. Für den komplexen Kohärenzgrad γ ergibt sich mit (34) und (43)

$$\gamma(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_D, t_M, \tau) = \frac{4c_I}{\sqrt{I(\vec{r}_1) I(\vec{r}_2)}} \int_0^{\infty} G(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_D, t_M, f) e^{j2\pi f\tau} df \quad (44)$$

γ ist ebenfalls ein analytisches Signal. Der Realteil γ^R ist somit nach (5)

$$\gamma^R(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_D, t_M, \tau) = \frac{2c_I}{\sqrt{I(\vec{r}_1) I(\vec{r}_2)}} \int_{-\infty}^{\infty} G(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_D, t_M, f) e^{j2\pi f\tau} df \quad (45)$$

Der Imaginärteil γ^I kann aus γ^R durch eine Hilberttransformation nach (4a) berechnet werden.

γ^R und G sind nach (45) bis auf eine Konstante ein konjugiertes Fourierpaar. Dies ist die Grundlage für die in Abschnitt 1.2.6 behandelte Fourierspektroskopie. Ist nämlich $\vec{r}_1 = \vec{r}_2 = \vec{r}$, so wird aus (45)

$$\gamma^R(\vec{r}, t_D, t_M, \tau) = \frac{2c_I}{I(\vec{r})} \int_{-\infty}^{\infty} G(\vec{r}, t_D, t_M, f) e^{j2\pi f\tau} df \quad (46)$$

(Wiener-Khintchine-Theorem)

wobei $G(\vec{r}, t_D, t_M, f)$ die in (26) definierte, über den Beobachtungszeitraum $2 t_D$ gemittelte spektrale Leistungsdichte der Funktion $V^R(\vec{r}, t_D, t_M, t)$ ist. Diese kann also nach (46) durch eine Fouriertransformation aus dem Realteil γ^R des komplexen Kohärenzgrades γ ermittelt werden, dessen meßtechnische Bestimmung nach (38) prinzipiell möglich ist. Führt man in (46) im Falle eines stochastischen optischen Wellenfeldes den Grenzübergang $t_D \rightarrow \infty$ durch, so muß $G(\vec{r}, t_D, t_M, f)$ wieder durch seinen Ensemblemittelwert $E\{G(\vec{r}, t_D, t_M, f)\}$ ersetzt werden (vgl. Abschnitt 1.2.2).

1.2.6 Die Interferenzkontrastfunktion f_{IK}

Der komplexe Kohärenzgrad γ kann in der Form

$$\gamma(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_D, t_M, \tau) = |\gamma(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_D, t_M, \tau)| e^{j[\delta(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_D, t_M, \tau) + 2\pi\bar{f}\tau]} \quad (47)$$

geschrieben werden, wobei eine mittlere Frequenz $\bar{f}$ und eine Phasenfunktion $\delta(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau)$ eingeführt wurden, welche durch

$$\delta(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_D, t_M, \tau) + 2\pi\bar{f}\tau = \arctan\left(\frac{\gamma^I(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_D, t_M, \tau)}{\gamma^R(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_D, t_M, \tau)}\right) \quad (48)$$

definiert wird.

Diese Darstellung ist bei quasimonochromatischen Wellenfeldern $V^R(\vec{r}, t)$ sinnvoll, weil dann nach (44) auch γ nur in einem kleinen Frequenzbereich um $\bar{f}$ spektrale Anteile besitzt. Mit (47) erhalten wir aus (44)

$$|\gamma(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_D, t_M, \tau)| e^{j\delta(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_D, t_M, \tau)} = \frac{4c_I}{\sqrt{I(\vec{r}_1) I(\vec{r}_2)}} \int_0^{\infty} G(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_D, t_M, f) \cdot e^{j2\pi(f-\bar{f})\tau} df = \frac{4c_I}{\sqrt{I(\vec{r}_1) I(\vec{r}_2)}} \int_{-\bar{f}}^{\infty} G(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_D, t_M, \bar{f} + f) e^{j2\pi f\tau} d(\Delta f) \quad (49)$$

mit $\Delta f = f - \bar{f}$. Da G definitionsgemäß im quasimonochromatischen Fall nur für $\Delta f \ll \bar{f}$ von Null verschieden ist, ändern sich $|\gamma(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_D, t_M, \tau)|$ und $\delta(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_D, t_M, \tau)$ im Vergleich zu $\cos 2\pi \bar{f} \tau$ nur sehr langsam mit τ .

Mit

$$\gamma^R(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_D, t_M, \tau) = |\gamma(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_D, t_M, \tau)| \cos [\delta(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_D, t_M, \tau) + 2\pi \bar{f} \tau] \quad (50)$$

wird aus (35)

$$I(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_D, t_M, \tau) = I(\vec{r}_1, t_D, t_M) + I(\vec{r}_2, t_D, t_M) + 2\sqrt{I(\vec{r}_1, t_D, t_M)} \sqrt{I(\vec{r}_2, t_D, t_M)} \cdot |\gamma(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_D, t_M, \tau)| \cos [\delta(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_D, t_M, \tau) + 2\pi \bar{f} \tau] \quad (51)$$

Die Gleichung (51) ermöglicht im quasimonochromatischen Fall eine einfache Bestimmung von $|\gamma(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_D, t_M, \tau)|$ und damit der nach (39) definierten Kohärenz eines Wellenfeldes $V^R(\vec{r}, t)$. Da sich $|\gamma(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_D, t_M, \tau)|$ innerhalb einer Periode der in (51) enthaltenen Cosinusfunktion nach der obigen Betrachtung nur wenig ändert, können für nahezu gleichbleibendes τ für $I(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau)$ die zwei Extremalwerte

$$I_{\max}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_D, t_M, \tau) = I(\vec{r}_1, t_D, t_M) + I(\vec{r}_2, t_D, t_M) + 2\sqrt{I(\vec{r}_1, t_D, t_M)} \sqrt{I(\vec{r}_2, t_D, t_M)} \cdot |\gamma(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_D, t_M, \tau)| \quad (52)$$

$$I_{\min}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_D, t_M, \tau) = I(\vec{r}_1, t_D, t_M) + I(\vec{r}_2, t_D, t_M) - 2\sqrt{I(\vec{r}_1, t_D, t_M)} \sqrt{I(\vec{r}_2, t_D, t_M)} \cdot |\gamma(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_D, t_M, \tau)| \quad (53)$$

gemessen werden. Aus (52) und (53) folgt dann

$$|\gamma(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_D, t_M, \tau)| = \frac{I(\vec{r}_1, t_D, t_M) + I(\vec{r}_2, t_D, t_M)}{2\sqrt{I(\vec{r}_1, t_D, t_M)} \sqrt{I(\vec{r}_2, t_D, t_M)}} f_{IK}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_D, t_M, \tau) \quad (54)$$

mit

$$f_{IK}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_D, t_M, \tau) = \frac{I_{\max}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_D, t_M, \tau) - I_{\min}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_D, t_M, \tau)}{I_{\max}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_D, t_M, \tau) + I_{\min}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_D, t_M, \tau)} \quad (55)$$

Die in (55) definierte Interferenzkontrastfunktion f_{IK} (engl./visibility function) ist eine fundamentale Größe in der meßtechnischen Bestimmung der Kohärenzeigenschaften eines Wellenfeldes durch Interferenzexperimente.

In vielen Interferenzexperimenten haben die beiden interferierenden Wellen am Superpositionsunkt P die gleiche Intensität:

$$I(\vec{r}_1, t_D, t_M) = I(\vec{r}_2, t_D, t_M) \quad (56)$$

In diesen Fällen wird aus (54):

$$Y(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_D, t_M, \tau) = f_{IK}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_D, t_M, \tau) \quad (57)$$

Die Meßvorschrift (55) ist die Grundlage der meisten interferometrischen Verfahren zur Bestimmung der Feldkorrelationen 2. Ordnung (/ 1 /, /147/). Zur Veranschaulichung der Meßvorschrift (55) soll an dieser Stelle das eingangs (Bild 2) beschriebene Michelson-Interferometer näher erörtert werden. Wir nehmen dazu an, daß eine quasimonochromatische, quasiebene Welle nach (13)

$$V(\vec{r}, t) = a(\vec{r}, t) e^{j(\varphi(\vec{r}, t) - \vec{k} \cdot \vec{r} + 2\pi f t)} \quad (58)$$

von links in den Strahlteiler einfällt. Die Justierung der Spiegel erfolgt so, daß am Ausgang die beiden um τ zeitverschobenen Teilwellen

$$V_1(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} a(\vec{r}, t) e^{j(\varphi(\vec{r}, t) - \vec{k}_1 \cdot \vec{r} - 2\pi f t)} \quad (59)$$

und

$$V_2(\vec{r}, t-\tau) = \frac{1}{2} a(\vec{r}, t-\tau) e^{j(\varphi(\vec{r}, t-\tau) - \vec{k}_2 \cdot \vec{r} - 2\pi f(t-\tau))} \quad (60)$$

mit nahezu kollinearen Wellenzahlvektoren $\vec{k}_1$ und $\vec{k}_2$ zur Superposition kommen.

Im Interferenzfeld am Ausgang des Inferometers ergibt sich dann für die in den Detektor pro Flächeneinheit einfallende und zeitlich gemittelte Leistung (Bild 4):

$$\begin{aligned} I(\vec{r}, \tau) = C_I \langle (V_1 + V_2)(V_1 + V_2)^* \rangle &= \frac{C_I}{4} (\langle a^2(\vec{r}, t) \rangle + \langle a^2(\vec{r}, t-\tau) \rangle + \\ &+ 4 \langle a(\vec{r}, t) a(\vec{r}, t-\tau) \cos [-(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{r} + (\varphi(\vec{r}, t) - \varphi(\vec{r}, t-\tau)) - \\ &- 2\pi f \tau] \rangle) \end{aligned} \quad (61)$$

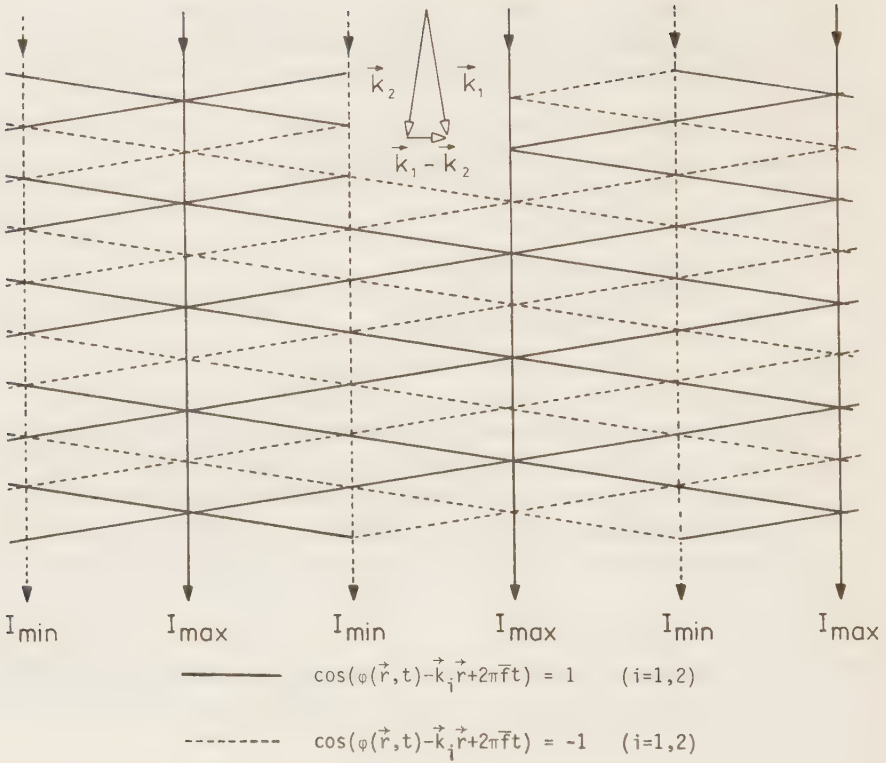


Bild 4: Intensitätsverteilung im Interferenzfeld eines Michelson-Interferometers

Der Vektor $\vec{k}_1 - \vec{k}_2$ ist nahezu orthogonal zu $\vec{k}_1$ und $\vec{k}_2$. Der Ausdruck (61) beschreibt deshalb für den Fall, daß sich während des Beobachtungszeitraumes $2 t_D$ die Funktionen $a(\vec{r}, t)$ und $a(\vec{r}, t - \tau)$ zeitlich überlappen und die Phasendifferenz $\varphi(\vec{r}, t) - \varphi(\vec{r}, t - \tau)$ nahezu konstant bleibt (dies ist gleichbedeutend mit vollständiger oder partieller Kohärenz der beiden Wellen (59) und (60)), in Ebenen senkrecht zur Ausgangsrichtung des Michelson-Interferometers ein System paralleler Interferenzstreifen mit der Raumfrequenz $|\vec{k}_1 - \vec{k}_2|$.

Zur Ermittlung des Interferenzkontrastes nach (55) werden in diesem Interferenzfeld mit einem Detektor genügend kleiner Empfangsfläche zwei benachbarte lokale Intensitätsextrema gemessen.

1.2.7 Fourierspektroskopie

Nach (46) kann bei Interferenzexperimenten Michelsonscher Art die Funktion $G(\vec{r}, t_D, t_M, f)$ bzw. der Betrag der komplexen Spektraldichtefunktion $v(\vec{r}, t_D, t_M, f)$ des untersuchten optischen Signals $V^R(\vec{r}, t_D, t_M, t)$ durch eine Fouriertransformation aus dem nach (51) meßtechnisch ermittelbaren Verlauf der Funktion

$$\begin{aligned} \gamma^R(\vec{r}, t_D, t_M, \tau) &= |\gamma(\vec{r}, t_D, t_M, \tau)| \cos [\delta(\vec{r}, t_D, t_M, \tau) + 2\pi \bar{f} \tau] \\ &= \frac{I(\vec{r}, t_D, t_M, \tau) - 2I(\vec{r}, t_D, t_M)}{2I(\vec{r}, t_D, t_M)} \end{aligned} \quad (62)$$

dem sogenannten Interferogramm, berechnet werden.

Die Bestimmung des zeitlichen Kohärenzgrades einer Wellenfeldamplitude $V^R(\vec{r}, t_D, t_M, t)$ ist also gleichbedeutend mit der Bestimmung des Betrages ihrer spektralen Anteile und umgekehrt. Man bezeichnet diese, ursprünglich auf Michelson (/ 23 /, / 24 /) zurückgehende Methode der spektralen Analyse eines Wellenfeldes als Fourierspektroskopie.

Eine besonders einfache Durchführung der Fourierspektroskopie ergibt sich im Falle eines symmetrischen quasimonochromatischen Spektrums, wenn also bezüglich einer Signalmittenfrequenz $\bar{f}$

$$G(\vec{r}, f - \bar{f}) = G(\vec{r}, \bar{f} - f) \quad (63)$$

gilt.

Unter dieser Bedingung kann man die Gleichung (46) in die Form

$$\gamma^R(\vec{r}, t_D, t_M, \tau) = -\frac{8cI}{I(\vec{r})} \cos 2\pi \bar{f} \tau \int_0^\infty G(\vec{r}, \bar{f} + \Delta f) \cos 2\pi \Delta f \tau d(\Delta f) \quad (64)$$

bringen. Der Vergleich mit (62) ergibt

$$\delta(\vec{r}, t_D, t_M, \tau) \equiv 0 \quad (65)$$

$$|\gamma(\vec{r}, t_D, t_M, \tau)| = \frac{8cI}{I(\vec{r})} \left| \int_0^\infty G(\vec{r}, \bar{f} + \Delta f) \cos 2\pi \Delta f \tau d(\Delta f) \right| \quad (66)$$

Im Falle des symmetrischen Spektrums kann also die spektrale Leistungsdichte allein aus dem Betrag des komplexen zeitlichen Kohärenzgrades $\gamma(\vec{r}, t_D, t_M, \tau)$ durch Fouriertransformation ermittelt werden / 1 /. Anderer-

seits ist es im allgemeinen nicht möglich, aus der Messung nur des Betrages von $\gamma(\vec{r}, t_D, t_M, \tau)$ auf die genaue spektrale Leistungsdichte des Wellenfeldes $V^R(\vec{r}, t_D, t_M, t)$ zurückzurechnen.

Die im allgemeinen notwendige vollständige Bestimmung des Interferogramms (62) bereitet allerdings erhebliche praktische Schwierigkeiten, welche insbesondere in der sehr langsam veränderlichen Phasenfunktion $\delta(\vec{r}, \tau)$ begründet sind / 1 /.

Nach den in diesem Abschnitt dargestellten Zusammenhängen eignet sich also jedes Verfahren zur Bestimmung des komplexen zeitlichen Kohärenzgrades eines Wellenfeldes prinzipiell auch zur Durchführung der Fourier-spektroskopie. Unter diesem Aspekt ist auch das später in Kapitel 4 behandelte holographische Kohärenzmeßverfahren zu betrachten.

1.2.8 Kohärenzzeit, Kohärenzlänge, Kohärenzfläche und Kohärenzvolumen

Die Begriffe Kohärenzzeit, Kohärenzlänge, Kohärenzfläche und Kohärenzvolumen werden häufig verwendet, um anschaulich und qualitativ spezielle räumliche, zeitliche oder räumlich/zeitliche Kohärenzeigenschaften eines betrachteten Wellenfeldes $V^R(\vec{r}, t)$ zu charakterisieren. Als "kohärent" bezeichnet man in dieser (nach der strengen Definition der Kohärenz in (29) etwas ungenauen) Sprechweise zwei Raum-Zeit-Punkte eines Wellenfeldes, wenn bei der in Frage stehenden Anwendung (z.B. Holographie) der Interferenzkontrast einen bestimmten geforderten Mindestwert überschreitet, wenn also

$$1 \geq |\gamma(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau)| > |\gamma|_{\min} \quad (67)$$

gilt. In der Holographie wird dabei üblicherweise $|\gamma|_{\min} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ gesetzt.

Am einfachsten lassen sich die obengenannten Kohärenzbegriffe am praktisch wichtigen Fall eines Wellenfeldes $V^R(\vec{r}, t)$ einführen, welches sich in einem kartesischen Koordinatensystem mit der Phasengeschwindigkeit c in z-Richtung ausbreitet und im betrachteten Bereich seine Transversalstruktur nicht wesentlich ändert (Bild 5).

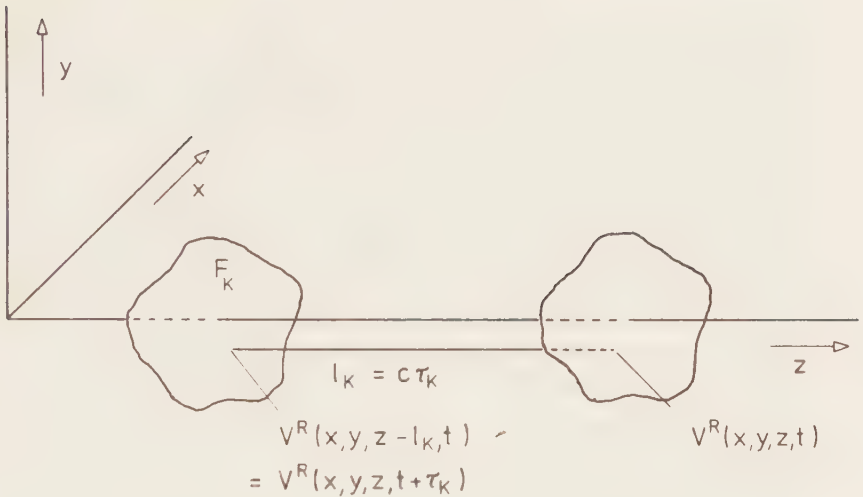


Bild 5: Zur Definition der Begriffe Kohärenzzeit, Kohärenzlänge und Kohärenzfläche

Ein Flächenbereich F_K senkrecht zur Ausbreitungsrichtung, innerhalb dessen für alle Punktpaare $(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$

$$|\gamma(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau = 0)| \geq |\gamma|_{\min} \quad (68)$$

gilt, wird als Kohärenzfläche bezeichnet. Gilt weiterhin für einen Punkt $\vec{r}$ des Wellenfeldes

$$|\gamma(\vec{r}, \tau)| \geq |\gamma|_{\min} \quad \text{für } \tau \leq \tau_K \quad (69)$$

so wird τ_K als Kohärenzzeit des Wellenfeldes an diesem Punkt bezeichnet. Da sich das Wellenfeld in der Zeit τ_K um die Wegstrecke $l_K = c\tau_K$ in z-Richtung fortbewegt, können wir der Kohärenzzeit eine Kohärenzlänge

$$l_K = c\tau_K \quad (70)$$

zuordnen. Ein Volumen V_K des Wellenfeldes, innerhalb dessen für alle Punktpaare $(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$

$$|\gamma(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau = 0)| \geq |\gamma|_{\min} \quad (71)$$

gilt, bezeichnen wir als Kohärenzvolumen.

Die Größe dieses Volumens ist offensichtlich von der jeweiligen Ausdehnung einer Kohärenzfläche und den Kohärenzlängen des Wellenfeldes innerhalb dieser Fläche abhängig.

Die Begriffe Kohärenzlänge, Kohärenzfläche und Kohärenzvolumen vermitteln eine anschauliche Vorstellung von den Kohärenzeigenschaften eines Wellenfeldes. Sie sind aber nicht in allen Fällen in dieser Einfachheit anwendbar, denn die Punktpaare $(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$, für welche die Bedingung (66) erfüllt ist, müssen nicht in einem räumlich zusammenhängenden Volumen liegen. Wir finden diesen Fall hauptsächlich bei den später zu untersuchenden Kohärenzeigenschaften der von Laseroszillatoren emittierten Wellenfelder vor.

Ein räumlich zusammenhängendes Kohärenzvolumen der in (71) definierten Art findet man z.B. bei quasimonochromatischen thermischen Lichtquellen, deren spektrale Leistungsdichte $G(\vec{r}, f)$ aus einem durch natürliche Verbreiterung, Stoßverbreiterung oder Dopplerverbreiterung hervorgerufenen Lorentz- oder Gaußprofil um eine Mittenfrequenz $\bar{f}$ mit Profilbreitenparameter $a \ll \bar{f}$ besteht / 6 /:

$$G(\vec{r}, f) \sim \frac{a^2}{a^2 + (f - \bar{f})^2} \quad (\text{Lorentzprofil}) \quad (72)$$

$$G(\vec{r}, f) \sim e^{-\frac{(f - \bar{f})^2}{2a^2}} \quad (\text{Gaußprofil}) \quad (73)$$

Mit (44) erhalten wir aus (72) bzw. (73) für die zugehörigen komplexen zeitlichen Kohärenzgrade

$$\gamma(\vec{r}, \tau) = e^{-2\pi a |\tau|} e^{j2\pi \bar{f} \tau} \quad (74)$$

für das Lorentzprofil (Bild 6a)

bzw.

$$\gamma(\vec{r}, \tau) = e^{-2\pi a^2 \tau^2} e^{j2\pi \bar{f} \tau} \quad (75)$$

für das Gaußprofil (Bild 6b).

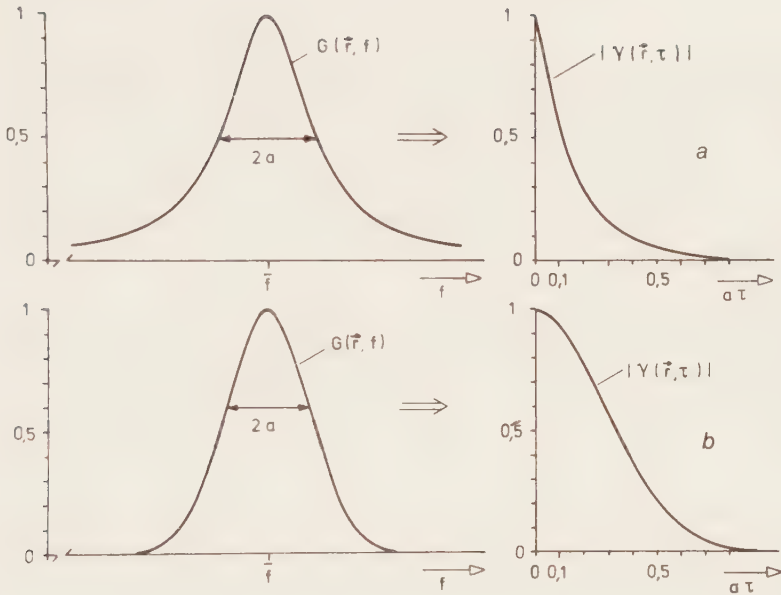


Bild 6: Verlauf der spektralen Leistungsdichte $G(\vec{r}, f)$ und der zugehörigen zeitlichen Kohärenzfunktion $|\gamma(\vec{r}, \tau)|$

- a) für eine Linie mit Lorentzprofil
- b) für eine Linie mit Gaußprofil

In beiden Fällen ist $|\gamma(\vec{r}, \tau)|$ eine mit wachsendem $|\tau|$ streng monoton fallende Funktion und es lassen sich somit für jedes $|\gamma|_{\min}$ eindeutig ein τ_K nach (69) und eine zugehörige Kohärenzlänge λ_K angeben.

Das räumliche Kohärenzverhalten quasimonochromatischer thermischer Strahler, deren abgestrahltes Wellenfeld sich aus Beiträgen von völlig unkorreliert strahlenden Mikrosystemen zusammensetzt, wird durch das Van Cittert-Zernike-Theorem (/ 29 /, / 31 /) beschrieben. Mit den in Bild 7 dargestellten geometrischen Verhältnissen gilt danach in der xy-Ebene für den komplexen Kohärenzgrad eines quasimonochromatischen Wellenfeldes der Mittenfrequenz $\bar{f}$, welches von einem Leuchtfeld σ der Flächenstrahlungsleistungsdichte $i(\xi, \eta)$ erzeugt wird:

$$\gamma(x_1, y_1, x_2, y_2, \tau=0) = \frac{1}{\sqrt{I(x_1, y_1) \cdot I(x_2, y_2)}} \int_{\sigma} i(\xi, \eta) \frac{j \frac{2\pi}{c} (R_1 - R_2)}{R_1 R_2} d\xi d\eta \quad (76)$$

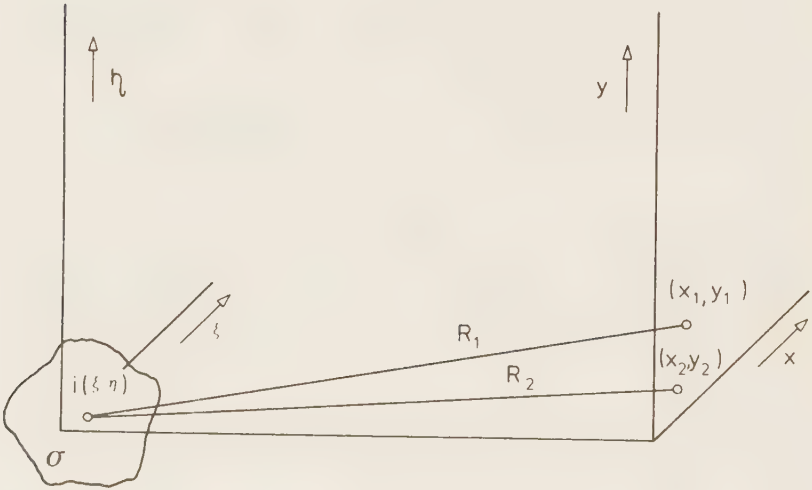


Bild 7: Geometrie zur Formulierung des Van Cittert-Zernike-Theorems

Für einfache Verteilungen $i(\xi, \eta)$, wie sie in der Praxis im allgemeinen auftreten, liefert (76) (bei nicht zu kleinem $|y|_{\min}$) räumlich zusammenhängende Kohärenzflächen im Sinne der Definition nach (68). Sie gestatten in Verbindung mit einer eindeutig definierbaren Kohärenzlänge ℓ_K die Konstruktion räumlich zusammenhängender Kohärenzvolumina.

Die Kohärenzeigenschaften eines quasimonochromatischen Wellenfeldes mit komplizierterer Frequenzstruktur sind auch qualitativ im allgemeinen nicht durch die bloße Angabe einer Kohärenzzeit τ_K bzw. einer Kohärenzlänge ℓ_K beschreibbar. Dies wird schon im Falle eines Spektrums aus zwei benachbarten, symmetrisch verbreiterten Linien deutlich (Bild 8a).



Bild 8a: Verlauf der spektralen Leistungsdichte eines aus zwei benachbarten, gleichartig symmetrisch verbreiterten Linien bestehenden optischen Wellenfeldes

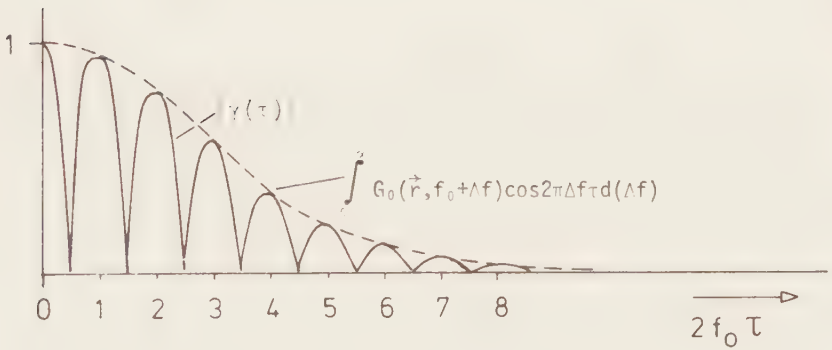


Bild 8b: Verlauf der daraus folgenden zeitlichen Kohärenzfunktion $|\gamma(\tau)|$ (nach /45/)

Aus

$$G(\vec{r}, f) = G_0(\vec{r}, \vec{f} - f_0 - f) + G_0(\vec{r}, \vec{f} + f_0 - f) \quad (77)$$

mit $f_0 \ll \vec{f}$ erhalten wir wegen der Symmetrie des Spektrums bezüglich $\vec{f}$ zunächst analog (66)

$$|\gamma(\tau)| \sim \left| \int_0^\infty G_0(\vec{r}, \vec{f} + \Delta f) \cos 2\pi \Delta f \tau d(\Delta f) \right| \quad (78)$$

und wegen der Symmetrie von $G_0(\vec{r}, f + \Delta f)$ bezüglich f_0

$$|\gamma(\tau)| \sim \left| \int_0^\infty G_0(\vec{r}, f_0 + \Delta f) \cos 2\pi \Delta f \tau d(\Delta f) \right| |\cos 2\pi f_0 \tau| \quad (79)$$

Da G_0 nur für $|\Delta f| \ll f_0$ wesentlich von Null verschieden ist, ist das Fourierintegral in (79) eine gegenüber $\cos 2\pi f_0 \tau$ nur langsam veränderliche Funktion von τ . Der Verlauf von $|\gamma(\tau)|$ nach (79) ist in Bild 8b qualitativ aufgetragen. Man erkennt, daß man im allgemeinen (für nicht zu großes $|\gamma|_{\min}$) keine Kohärenzzeit τ_K nach (69) angeben kann, da $|\gamma(\tau)|$ in diesem Falle keine mit wachsendem τ monoton fallende, sondern eine stark fluktuierende Funktion ist. Die Punktepaare $(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$, für welche (71) erfüllt ist, liegen also (für nicht zu großes $|\gamma|_{\min}$) in mehreren, räumlich nicht zusammenhängenden Volumina des Wellenfeldes. Ähnliche Kohärenzeigenschaften sind bei den Wellenfeldern zu erwarten, welche von Laseroszillatoren mit Fabry-Perot-Resonator im Mehrschwingungstypen-Betrieb emittiert werden, da in diesem Falle das Frequenzspektrum aus mehreren benachbarten verbreiterten Linien besteht. Diese Wellenfelder werden in Kapitel 2 ausführlich auf ihre Kohärenz-

eigenschaften untersucht werden.

1.2.9 Zusammenhänge zwischen Bandbreite und Kohärenzzeit eines optischen Wellenfeldes

Nach (44) ergibt sich mit $\vec{r}_1 = \vec{r}_2 = \vec{r}$ für den Zusammenhang zwischen dem komplexen zeitlichen Kohärenzgrad $\gamma(\vec{r}, \tau)$ und der spektralen Leistungsdichte $G(\vec{r}, f)$ des optischen Wellenfeldes $V^R(\vec{r}, t)$

$$\gamma(\vec{r}, \tau) = \frac{4c_I}{I(\vec{r})} \int_{-\infty}^{\infty} G(\vec{r}, f) e^{j2\pi f\tau} df \quad (80)$$

Definieren wir mit

$$G_N(\vec{r}, f) = \begin{cases} \frac{4c_I}{I(\vec{r})} G(\vec{r}, f) & \text{für } f \geq 0 \\ 0 & \text{für } f < 0 \end{cases} \quad (81)$$

eine normierte spektrale Leistungsdichtefunktion $G_N(\vec{r}, f)$ des optischen Wellenfeldes $V^R(\vec{r}, t)$, so gilt

$$\gamma(\vec{r}, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} G_N(\vec{r}, f) e^{j2\pi f\tau} df \quad (82)$$

$\gamma(\vec{r}, \tau)$ und $G_N(\vec{r}, f)$ bilden also ein konjugiertes Fourierpaar in τ und f . Es gilt somit für die Breiten der Intervalle von τ bzw. f , innerhalb derer $\gamma(\vec{r}, \tau)$ bzw. $G_N(\vec{r}, f)$ wesentlich von Null verschieden sind, die für Fourierpaare bekannte Reziprozitätsbeziehung. In diesem speziellen Fall wird sie in der Literatur wie folgt formuliert /45/:

1. Definiert man /45/ (in Abweichung von Abschnitt 1.2.8) eine Kohärenzzeit τ_{K1} des optischen Wellenfeldes $V^R(\vec{r}, t)$ gemäß

$$(\tau_{K1})^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \tau^2 |\gamma(\vec{r}, \tau)|^2 d\tau \bigg/ \int_{-\infty}^{\infty} |\gamma(\vec{r}, \tau)|^2 d\tau, \quad (83)$$

die Mittenfrequenz $\bar{f}$ gemäß

$$\bar{f} = \int_0^{\infty} f G_N^2(\vec{r}, f) df \bigg/ \int_0^{\infty} G_N^2(\vec{r}, f) df \quad (84)$$

und die spektrale Bandbreite Δf gemäß

$$(\Delta f_1)^2 = \int_0^\infty (f-\bar{f})^2 G_N^2(\vec{r}, f) df \bigg/ \int_{-\infty}^\infty G_N^2(\vec{r}, f) df \quad (85)$$

so kann man zeigen /45/, daß stets

$$\Delta f_1 \tau_{K1} \geq \frac{1}{4\pi} \quad (86)$$

gilt.

2. Definiert man andererseits

$$\tau_{K2} = \int_{-\infty}^\infty |\gamma(\vec{r}, \tau)|^2 d\tau \quad (87)$$

$$\Delta f_2 = \frac{1}{\int_0^\infty G_N^2(\vec{r}, f) df} \quad (88)$$

so gilt mit (82) und dem Parsevalschen Theorem stets

$$\Delta f_2 \tau_{K2} = 1 \quad (89)$$

Es muß an dieser Stelle betont werden, daß die Bandbreiteprodukte (86) bzw. (89) im allgemeinen nur mit erheblichen Einschränkungen zur qualitativen Abschätzung der zeitlichen Kohärenzeigenschaften eines optischen Wellenfeldes $V^R(\vec{r}, t)$ geeignet sind, da die nach (83) bzw. (87) definierten Kohärenzzeiten keine Information über die Struktur des komplexen Kohärenzgrades $\gamma(\vec{r}, \tau)$ beinhalten. Nur in speziellen Fällen wie einfachen Gauß- oder Lorentzförmigen Spektralverteilungen nach (73) bzw. (72), bei denen $|\gamma(r, \tau)|$ monoton mit wachsendem τ fällt, führt die Anwendung von (86) ($\geq$ darf in diesen Fällen durch $\approx$ ersetzt werden) bzw. (89) zu Ergebnissen, welche für die qualitative Diskussion von zeitlichen Kohärenzeigenschaften verwendet werden können /45/. Im allgemeinen Fall muß aber der genaue Verlauf des komplexen Kohärenzgrades $\gamma(\vec{r}, \tau)$ betrachtet werden, um ein optisches Wellenfeld ausreichend auf seine zeitlichen Kohärenzeigenschaften untersuchen und auf seine Eignung z.B. für die Durchführung eines bestimmten Experimentes einschätzen zu können.

1.2.10 Kohärenzeigenschaften unabhängiger Signale

Bei den vorausgegangenen Betrachtungen der zeitlichen Kohärenzeigenschaften von Wellenfeldern wurde der komplexe Kohärenzgrad $\gamma(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau)$ nur für den Fall $\vec{r}_1 = \vec{r}_2 = \vec{r}$ untersucht. Es werden dadurch Aussagen über die zeitlichen Korrelationen ein und derselben Feldgröße an einem gleichbleibenden Raumpunkt gewonnen.

Wir betrachten jetzt $\gamma(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau)$ für den Fall $\vec{r}_1 \neq \vec{r}_2$. Wir definieren nach (22) mit

$$V^R(\vec{r}_1, t) = \int_{-\infty}^{\infty} v(\vec{r}_1, f) e^{j2\pi f t} df \quad (90a)$$

$$V^R(\vec{r}_2, t) = \int_{-\infty}^{\infty} v(\vec{r}_2, f) e^{j2\pi f t} df \quad (90b)$$

auf einem Beobachtungszeitraum $2 t_D$ zeitlich begrenzte Signale. Mit (44) und (41) ergibt sich bei Superposition der Signale nach Bild 3 der komplexe Kohärenzgrad

$$\gamma(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau) = \frac{4c_I}{\sqrt{I(\vec{r}_1) I(\vec{r}_2)}} \frac{1}{2t_D} \int_{-t_D}^{t_D} v(\vec{r}_1, f) v^*(\vec{r}_2, f) \cdot e^{j2\pi f \tau} df \quad (91)$$

Für

$$\frac{v(\vec{r}_1, f)}{\sqrt{I(\vec{r}_1)}} = \frac{v(\vec{r}_2, f)}{\sqrt{I(\vec{r}_2)}} \quad (92)$$

ist $\gamma(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau)$ gleich dem in Abschnitt 1.2.6 eingeführten rein zeitlichen komplexen Kohärenzgrad des Feldes an den Punkten $\vec{r}_1$ bzw. $\vec{r}_2$. In diesem Falle ist wegen $|\gamma(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau)| = 1$ für $\tau = 0$ das Wellenfeld bzgl. der beiden Raumpunkte $\vec{r}_1$ und $\vec{r}_2$ vollständig räumlich kohärent. Nach (92) setzt dies aber zwei im Zeitverhalten völlig gleiche Signale $V^R(\vec{r}_1, t)$ und $V^R(\vec{r}_2, t)$ voraus, wie sie nur von der gleichen Elementarquelle oder von zwei völlig gleichartigen und korrelierten Elementarquellen abgeleitet werden können.

Im allgemeinen Fall müssen wir jedoch $v(\vec{r}_1, f)$ und $v(\vec{r}_2, f)$ sowohl nach Betrag als auch Phase als unterschiedliche Funktionen der Frequenz f betrachten. Mit (7) können wir schreiben:

$$v(\vec{r}_1, f) = \frac{1}{2} a(\vec{r}_1, f) e^{j\phi(\vec{r}_1, f)} \quad (93a)$$

$$v(\vec{r}_2, f) = \frac{1}{2} a(\vec{r}_2, f) e^{j\phi(\vec{r}_2, f)} \quad (93b)$$

Dann lautet (91)

$$\gamma(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau) = \frac{c_I}{\sqrt{I(\vec{r}_1) I(\vec{r}_2)}} \frac{1}{2t_D} \int_0^\infty a(\vec{r}_1, f) a(\vec{r}_2, f) e^{j[\phi(\vec{r}_1, f) - \phi(\vec{r}_2, f)]} \cdot e^{j2\pi f\tau} df \quad (94)$$

Zwei Signale $V^R(\vec{r}_1, t)$ und $V^R(\vec{r}_2, t)$ mit vollkommen verschiedenen spektralen Anteilen sind im Sinne einer Kohärenz 2. Ordnung immer vollständig unkorreliert, da dann in (94)

$$a(\vec{r}_1, f) \cdot a(\vec{r}_2, f) = 0 \quad \text{für alle } f \implies \gamma(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau) \equiv 0 \quad (95)$$

gilt. Andererseits können aber nach (94) auch zwei Signale mit vollkommen gleichen spektralen Leistungsdichten

$$|v(\vec{r}_1, f)|^2 = |v(\vec{r}_2, f)|^2 \quad \text{für alle } f \quad (96)$$

im Sinne einer Kohärenz 2. Ordnung vollständig unkorreliert sein, wenn der Faktor $e^{j[\phi(\vec{r}_1, f) - \phi(\vec{r}_2, f)]}$ ein entsprechend oszillatorisches Verhalten in f aufweist. Dies erklärt z.B. die Inkohärenz zweier quasimonochromatischer Signale $V^R(\vec{r}_1, t)$ und $V^R(\vec{r}_2, t)$, welche aus einer voneinander unabhängigen statistischen Folge zeitlich begrenzter Wellenzüge der Frequenz f bestehen /54/. Im Zeitbereich stellt sich dieser Fall wie folgt dar:

Wir können die entsprechenden analytischen Signale nach (13) in der Form

$$V(\vec{r}_1, t) = a(\vec{r}_1, t) e^{j[\phi(\vec{r}_1, t) + 2\pi f t]} \quad (97a)$$

$$V(\vec{r}_2, t) = a(\vec{r}_2, t) e^{j[\phi(\vec{r}_2, t) + 2\pi f t]} \quad (97b)$$

darstellen, wobei $a(\vec{r}_1, t)$, $a(\vec{r}_2, t)$, $\varphi(\vec{r}_1, t)$ und $\varphi(\vec{r}_2, t)$ über Zeiträume Δt der Größenordnung $\frac{1}{f}$ nahezu konstante Funktionen sind. In einem Beobachtungsintervall der Dauer $2 t_D$ um die Mittenzeit t_M ergibt sich mit (34) und (30) für den komplexen Kohärenzgrad

$$\begin{aligned} \gamma(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_D, t_M, \tau) &= \frac{c_I}{\sqrt{I(\vec{r}_1) I(\vec{r}_2)}} \frac{1}{2t_D} \int_{t_M - t_D}^{t_M + t_D} V(\vec{r}_1, t) V^*(\vec{r}_2, t - \tau) dt = \\ &= \frac{c_I}{\sqrt{I(\vec{r}_1) I(\vec{r}_2)}} \frac{1}{2t_D} \int_{t_M - t_D}^{t_M + t_D} a(\vec{r}_1, t) a(\vec{r}_2, t - \tau) e^{j[\varphi(\vec{r}_1, t) - \varphi(\vec{r}_2, t - \tau)]} dt e^{j2\pi f \tau} \quad (98) \end{aligned}$$

welcher für beliebiges τ bei $t_D \rightarrow \infty$ wegen der unkorrelierten Langzeitschwankungen von $\varphi(\vec{r}_1, t)$ und $\varphi(\vec{r}_2, t)$ gegen Null geht. Für eine Beobachtungsdauer $2 t_D$, innerhalb derer sich die Phasen $\varphi(\vec{r}_1, t)$ und $\varphi(\vec{r}_2, t)$ der beiden Wellenzüge nicht wesentlich ändern (Wellenzüge dieser Dauer werden allgemein als "kohärent" bezeichnet), ist nach (98) der komplexe Kohärenzgrad von Null verschieden und man könnte nach klassischer physikalischer Anschauung im Prinzip stets partielle Kohärenzeffekte beobachten. Eine weitere Voraussetzung ist jedoch, daß beide interferierenden kohärenten Wellenzüge für eine experimentelle Beobachtung in quantenelektrodynamischem Sinne ausreichend mit Photonen besetzt sind. Dies ist bei quasimonochromatischen optischen Wellenfeldern von thermischen Lichtquellen, wo ein kohärenter Wellenzug als quantenelektrodynamischer Feldzustand im Mittel nur mit 10^{-2} bis 10^{-3} Photonen besetzt ist (/43 /, /44 /, /70 /), nicht der Fall, so daß hier auch eine kurzzeitige partielle Kohärenz zwischen unabhängigen Signalen prinzipiell nicht beobachtbar ist /70/. Bei Laseroszillatoren hingegen ist ein quasimonochromatischer kohärenter Wellenzug je nach Ausgangscharakteristik (Leistung, Frequenzstabilität) mit ungefähr 10^6 bis 10^{20} Photonen besetzt (/43 /, /70 /) und stationäre Kohärenzeffekte (im Beobachtungszeitraum $2 t_D$ räumlich feststehende Interferenzstreifen) zwischen unabhängigen Laserausgangssignalen sind bei genügend kurzen Beobachtungszeiten $2 t_D$ prinzipiell beobachtbar /110/.

Als Kohärenzeffekt zwischen zwei unabhängigen Signalen können auch Lichtschwebungen betrachtet werden (/ 2 /, /62 /, /63 /). Bei der Superposition zweier quasimonochromatischer Signale der unterschiedlichen Mittenfrequenz $\bar{f}_1$ und $\bar{f}_2$

$$V_1(t) = a_1(t)e^{j[\varphi_1(t) + 2\pi\bar{f}_1 t]} \quad (99a)$$

$$V_2(t) = a_2(t)e^{j[\varphi_2(t) + 2\pi\bar{f}_2 t]} \quad (99b)$$

ergibt sich für die von einem im Interferenzfeld aufgestellten Detektor pro Flächeneinheit empfangene Leistung

$$I(t) = c_I(a_1^2(t) + a_2^2(t) + 2a_1(t)a_2(t)\cos[(\varphi_1(t) - \varphi_2(t)) + 2\pi(\bar{f}_1 - \bar{f}_2)t]) \quad (100)$$

Der optische Leistungsfluß im Interferenzfeld ist also zeitlich mit einer Schwebungsfrequenz $(\bar{f}_1 - \bar{f}_2)$ moduliert, welche bei genügend hohem zeitlichen Auflösungsvermögen des Detektors in dessen Ausgangssignal nachgewiesen werden kann (/111 /, /112 /, /113 /, /114 /, /115 /, /116 /, /117 /, /118 /, /119 /, /120 /, /121 /, /122 /, /123 /).

Voraussetzung für die sichere Beobachtbarkeit von Lichtschwebungen ist auch hier, daß die einzelnen kohärenten Wellenzüge der Signale $V_1(t)$ und $V_2(t)$ ausreichend mit Photonen besetzt sind, was im optischen Bereich nur bei Laseroszillatoren gegeben ist. Trotzdem gelang 1955 Forrester, Gudmundsen und Johnson in einem bemerkenswerten Experiment der Nachweis von Lichtschwebungen durch Überlagerung von zwei aus einem Zeemann-Dublett gewonnenen unabhängigen inkohärenten optischen Wellenfeldern unterschiedlicher Frequenz /111 /. Im Frequenzbereich klassischer Hochfrequenzoszillatoren, wo kohärente Wellenzüge stets mit sehr hohen Photonenzahlen besetzt sind, sind Kohärenzeffekte zwischen unabhängigen Signalen ein wohlbekanntes und leicht beobachtbares Phänomen.

Berechnet man für das durch Überlagerung der Signale (99a) und (99b) erzeugte Interferenzfeld analog (98) einen komplexen Kohärenzgrad $\gamma_{12}(\tau)$, so ergibt sich unter der Voraussetzung, daß die Funktionen $a_1(t)$, $a_2(t)$, $\varphi_1(t)$ und $\varphi_2(t)$ in Zeiträumen der Größenordnung $2t_D$ und τ nahezu konstant bleiben

$$|\gamma_{12}(t_D, t_M, \tau)| \approx \left| \frac{c_I}{\sqrt{I_1 I_2}} a_1(t_M) a_2(t_M) \frac{\sin 2\pi(\bar{f}_1 - \bar{f}_2)t_D}{2\pi(\bar{f}_1 - \bar{f}_2)t_D} \right| \quad (101)$$

Ein stationäres Interferenzfeld kann also nur für Zeiträume $2 t_D \lesssim \frac{1}{|\bar{f}_1 - \bar{f}_2|}$ beobachtet werden.

Die Tatsache, daß nach (101) für zwei quasimonochromatische Signale unterschiedlicher Frequenz ein komplexer Kohärenzgrad γ ungleich Null entstehen kann, bedeutet keinen Widerspruch zu der an Gleichung (94) anschließenden Bemerkung, da dazu Beobachtungszeiten $2 t_D \lesssim \frac{1}{|\bar{f}_1 - \bar{f}_2|}$ Voraussetzung sind.

Damit haben aber die Signale (99a) und (99b) in einem Frequenzbereich $\Delta f \geq \bar{f}_1 - \bar{f}_2$ um $\bar{f}_1$ bzw. $\bar{f}_2$ von Null verschiedene Spektraldichtefunktionen, so daß das Produkt in Gleichung (95) nicht mehr identisch verschwindet.

Der Ausdruck (101) ist für die Holographie bewegter Objekte von großer Bedeutung, da er hier bei beliebig guten Kohärenzeigenschaften der holographischen Lichtquelle selbst die Belichtungszeit begrenzt.

Wir nehmen zur Darstellung dieses Sachverhalts an, daß das Objekt von einer quasimonochromatischen Lichtquelle der Mittenfrequenz $\bar{f}_1$, deren Ausgangssignal mit (99a) beschrieben werde, ausgeleuchtet wird. Bewegt sich nun ein zu holographierender Objektpunkt mit den Geschwindigkeitskomponenten v_Q bzw. v_H in Richtung der Quelle bzw. Hologrammplatte, so besitzt die von ihm ausgehende Objektwelle die gegenüber der Quellenmittenfrequenz $\bar{f}_1$ dopplerverschobene Frequenz

$$\bar{f}_2 \approx \bar{f}_1 \left(1 + \frac{v_Q + v_H}{c} \right) \quad (102)$$

Nach (101) entsteht dann bei Überlagerung der Objektwelle mit einer direkt von der Lichtquelle eintreffenden Referenzwelle gleicher Intensität der Interferenzkontrast

$$f_{IK} = |\gamma| = \frac{c_1 a_1(t_M) a_2(t_M)}{I} \left| \frac{\sin 2\pi \bar{f}_1 \frac{v_Q + v_H}{c} t_D}{2\pi \bar{f}_1 \frac{v_Q + v_H}{c} t_D} \right| \quad (103)$$

welcher bei

$$2 t_D \approx 0,44 \frac{c}{(v_Q + v_H) \bar{f}_1} \quad (104)$$

auf den in der Holographie üblicherweise geforderten Mindestwert $|\gamma| = \frac{1}{\sqrt{2}}$ abgefallen ist (vgl. Abschnitt 1.2.8).

Objektpunkte werden also nur für Belichtungszeiten

$$2 t_D < 0,44 \frac{c}{(v_Q + v_H) \bar{f}_1} \quad (105)$$

holographisch brauchbar aufgezeichnet.

2. Die Kohärenzeigenschaften von Laseroszillatoren

2.0 Vorbemerkung

In diesem Kapitel soll die vorausgehend dargestellte Theorie der Kohärenzphänomene 2. Ordnung systematisch auf die von Laseroszillatoren abgestrahlten optischen Wellenfelder angewandt werden. Ziel dieser Betrachtungen wird es sein, in Abhängigkeit vom Emissionsverhalten eines Laseroszillators in verschiedenen Betriebszuständen Aussagen über seine Kohärenzeigenschaften, d.h. über den komplexen Kohärenzgrad $\gamma(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau)$ des von ihm emittierten Wellenfeldes $V^R(\vec{r}, t)$ zu gewinnen.

Die von Laseroszillatoren emittierte Strahlung wird vielfach pauschal als kohärent bezeichnet. Dies ist aber nur eine (im allgemeinen sehr ungenaue) Sprechweise um die Tatsache auszudrücken, daß Laserstrahlung meist im Vergleich zu thermischen Lichtquellen große Kohärenzvolumina oder zumindest große Kohärenzzeiten besitzt. Laserstrahlung hat immer eine endliche spektrale Breite und damit auch endliche Kohärenzzeit. Darüberhinaus besitzen die von Laseroszillatoren mit Fabry-Perot-Resonatoren emittierten Wellenfelder in den meisten Fällen eine komplizierte Phasenfrontstruktur (transversaler Mehrschwingungstypenbetrieb) und eine kompliziert strukturierte Spektralverteilung (axialer Mehrschwingungstypenbetrieb), welche eine sehr detaillierte Untersuchung der Struktur des jeweiligen komplexen Kohärenzgrades $\gamma(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau)$ erforderlich machen. Die Kohärenzeigenschaften von Laseroszillatoren sind somit im allgemeinen erheblich schwieriger zu beschreiben als jene von thermischen Lichtquellen, welche durch Anwendung des Van Cittert-Zernike-Theorems (76) und durch einfache Zusammenhänge zwischen Spektralverteilung und komplexem zeitlichen Kohärenzgrad nach (72) - (75) bestimmt sind.

2.1 Die Ausgangscharakteristik von Laseroszillatoren mit Fabry-Perot-Resonator

Ein Laseroszillator ist ein quantenelektronisches System zur kontrollierten Erzeugung elektromagnetischer Schwingungen bzw. Wellen im optischen Frequenzbereich. Ähnlich wie die zur Erzeugung von Signalen niedrigerer Frequenz verwendeten elektronischen Oszillatoren besteht er aus zwei wesentlichen Komponenten. Zum einen ist dies eine elektromagnetische Führungs- und Resonanzstruktur (Resonator), welche durch sinnvoll gestaltete elektromagnetische Randbedingungen das Auftreten von bestimmten,

nach Frequenz und räumlicher Konfiguration genau definierten, elektromagnetischen Schwingungstypen im optischen Frequenzbereich ermöglicht. Zum anderen ist zur Aufrechterhaltung einer oder mehrerer solcher Eigenschwingungen des Resonators eine gesteuerte Energiequelle (laseraktives Medium) erforderlich, welche die aufgrund von inneren Resonatorverlusten und Leistungsauskopplung kontinuierlich abgeführte elektromagnetische Energie (Photonen) laufend in geeigneter Weise wieder zuführt.

In praktisch allen Laseroszillatoren ist die elektromagnetische Führungsstruktur als Fabry-Perot-Resonator (/ 7 /, /72 /, /85 /) ausgebildet. Er besteht aus zwei ebenen oder schwach gekrümmten reflektierenden optischen Grenzflächen (Spiegel), welche sich auf einer optischen Achse in definiertem Abstand L parallel gegenüberstehen.

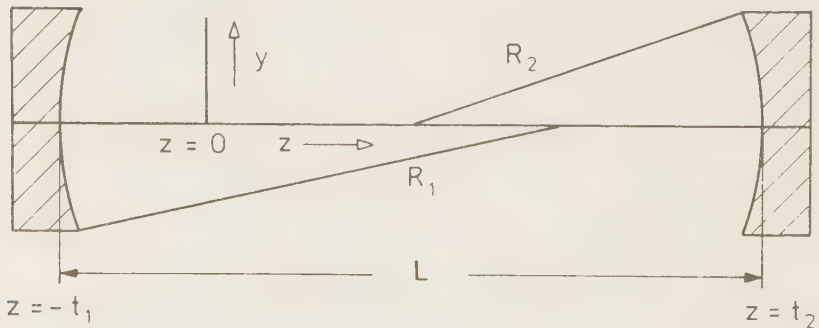


Bild 9: Geometrie eines Fabry-Perot-Resonators

Erfüllt dieses System bestimmte, vom Spiegelabstand L und den Spiegelkrümmungsradien R_1 , R_2 abhängige Stabilitätsbedingungen /85/, so liefert eine elektromagnetische Analyse als stationäre Eigenschwingungstypen stehende optische Wellen in Richtung der optischen Achse, deren transversale Feldstruktur durch eine mit Hermite-Polynomen H_m oder assoziierten Laguerre-Polynomen L_p^k multiplizierte Gaußfunktion der Transversalkoordinaten beschrieben wird.

Im Idealfall der vollkommenen optischen Homogenität im betrachteten Fabry-Perot-Resonatorraum lautet in einem kartesischen Koordinatensystem (Bild 9) der analytische Ausdruck für eine transversale Feldkomponente u eines mit TEM_{mn} bezeichneten Gauß-Hermite Eigenschwingungstyps mit Ausbreitungsrichtung z

$$u(x,y,z) = u_0 H_m \left(\sqrt{2} \frac{x}{w(z)} \right) H_n \left(\sqrt{2} \frac{y}{w(z)} \right) \frac{w_0}{w(z)} e^{-jk \frac{x^2+y^2}{2R(z)} - \frac{x^2+y^2}{w(z)^2}} \cdot e^{-j(kz - (m+n+1) \arctan \frac{\lambda z}{\pi w_0^2})} \quad (106)$$

und diejenige eines mit TEM_p^l bezeichneten Gauß-Laguerre-Eigenschwingungstyps mit Ausbreitungsrichtung z

$$u(r,\varphi,z) = u_0 \left(\frac{\sqrt{2}}{w(z)} r \right)^l L_p^l \left(2 \frac{r^2}{w(z)^2} \right) \frac{w_0}{w(z)} e^{-jk \frac{r^2}{2R(z)} - \frac{r^2}{w(z)^2}} \cdot e^{-j(kz - (2p+l+1) \arctan \frac{\lambda z}{\pi w_0^2})} e^{\pm j l \varphi} \quad (107)$$

wobei

$$\begin{aligned} r^2 &= x^2 + y^2 \\ x &= r \cos \varphi \\ y &= r \sin \varphi \end{aligned} \quad (108)$$

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi w_0^2} \right)^2} \quad (109)$$

$$R(z) = z \left(1 + \left(\frac{\pi w_0^2}{\lambda z} \right)^2 \right) \quad (110)$$

gilt und λ die Lichtwellenlänge im Fabry-Perot-Resonatorraum ist. Der sog. Taillenradius $w_0 = w(z=0)$ des gaußschen Eigenschwingungstyps wird durch die Formel (110) für den Wellenfrontkrümmungsradius $R(z)$ und die vorgegebenen Krümmungsradien R_1 bzw. R_2 der bei $z = -t_1$ und $z = t_2$ angeordneten Spiegeloberflächen (Bild 9) bestimmt.

Für die Resonanzfrequenzen f der transversalen TEM_{mn} - bzw. TEM_{pq}^0 -Eigenschwingungstypen gilt

$$f_{mnq} = \left[q + (m + n + 1) \frac{1}{\pi} \arccos \left(\operatorname{sgn} \left(1 - \frac{L}{R_1} \right) \right) \sqrt{\left(1 - \frac{L}{R_1} \right) \left(1 - \frac{L}{R_2} \right)} \right] \frac{c}{2L} \quad (111a)$$

bzw.

$$f_{pq} = \left[q + (2p + \ell + 1) \frac{1}{\pi} \arccos \left(\operatorname{sgn} \left(1 - \frac{L}{R_1} \right) \right) \sqrt{\left(1 - \frac{L}{R_1} \right) \left(1 - \frac{L}{R_2} \right)} \right] \frac{c}{2L} \quad (111b)$$

wobei der Index

$$q \approx \frac{2L}{\lambda} \quad (112)$$

die axiale Ordnung bezeichnet und c die Lichtgeschwindigkeit im Resonatorraum ist.

Alle durch (106) und (111a) bzw. (107) und (111b) definierten TEM_{mnq} - bzw. TEM_{pq}^0 -Schwingungstypen schwingen in einem idealen Fabry-Perot-Resonator unabhängig voneinander (nach den Ergebnissen der Quantenelektrodynamik mindestens mit der jeweiligen Feldenergie der Oszillatormultipunktschwingung hf_{mnq} bzw. hf_{pq}). Durch geeignete lichtverstärkende (laseraktive) Medien und zusätzliche elektromagnetische Randbedingungen (z.B. Modenblenden) können einzelne, nach Frequenz und transversaler Amplitudenstruktur selektierte Schwingungstypen zu hohen Schwingamplituden angeregt werden.

Zur Auskopplung von optischer Strahlung aus dem Fabry-Perot-Resonator wird in den meisten Fällen eine Spiegeloberfläche teildurchlässig ausgeführt. Jeder im Resonator angeregte Schwingungstyp regt dann nach den Gesetzen der Beugungstheorie im Außenraum eine ablaufende elektromagnetische Welle an (Laserstrahl), deren räumliche Amplituden und Phasenstruktur ebenfalls nach (106) bzw. (107) beschrieben wird / 7 / (dabei müssen allerdings Phasenfronttransformationen durch das Spiegelsubstrat /89/ und eventuelle unterschiedliche optische Eigenschaften des Außenraumes berücksichtigt werden).

Der ausgekoppelte Laserstrahl ist somit eine Superposition von gaußschen Wellentypen, deren Amplitude der Amplitude des jeweiligen zugehörigen Resonatoreigenschwingungstyps entsprechend der Transmission des teildurchlässigen Spiegels proportional ist. Aussagen über das Verhalten des elektromagnetischen Feldes im Inneren des Fabry-Perot-Resonators im Zeit- oder Frequenzbereich gelten also in gleicher Weise auch für den ausgekoppelten Laserstrahl und umgekehrt.

Die zweite Hauptkomponente des Laseroszillators, das in den Fabry-Perot-Resonator eingebrachte laseraktive Medium, bestimmt, in welchem Frequenzbereich bestimmte TEM-Eigenschwingungstypen aus dem Rauschen (spontane Emission) anschwingen können. In einer vereinfachenden Betrachtungsweise kann die Gesamtheit der im laseraktiven Medium stattfindenden quantenelektrodynamischen Elementarprozesse der Wechselwirkung zwischen dessen Mikrosystemen und dem im Fabry-Perot-Resonator vorhandenen elektromagnetischen Feld durch einen frequenzabhängigen Kleinsignal-Verstärkungskoeffizienten $\alpha_i(f)$ beschrieben werden: Der Leistungsfluß (Poyntingvektor) eines Gaußschen Wellentyps i der Frequenz f wird beim Durchlaufen der Wegstrecke z im laseraktiven Medium um den Faktor $e^{\alpha_i(f)z}$ verstärkt.

Wir nehmen nun der Einfachheit halber an, daß das laseraktive Medium den gesamten Raum innerhalb des Fabry-Perot-Resonators nach Bild 9 optisch homogen ausfüllt. Betrachten wir einen TEM-Eigenschwingungstyp i als Superposition von zwei gegenläufigen TEM-Wellentypen, so beträgt die Leistungsverstärkung jeweils einer dieser Wellen während eines Resonatorumlaufs $e^{2\alpha_i(f)L}$.

Bezeichnen wir weiterhin mit r_1 und r_2 die Reflexionsgrade der Spiegel des Fabry-Perot-Resonators, so wird der Leistungsfluß der Wellen während eines Resonatorumlaufs um den Faktor $r_1 r_2 e^{2\alpha_i(f)L}$ verstärkt bzw. gedämpft. Für $r_1 r_2 e^{2\alpha_i(f)L} > 1$ wächst die Amplitude der Wellen so lange an, bis schließlich im Großsignalbetrieb $\alpha_i(f)$ durch Sättigungseffekte des laseraktiven Mediums auf einen Wert $\alpha_{iG}(f)$ abfällt, für welches $r_1 r_2 e^{2\alpha_{iG}(f)L} = 1$ gilt. In diesem Falle ist der betrachtete TEM-Eigenschwingungstyp des Fabry-Perot-Resonators eingeschungen und schwingt (von photonenstatistischen Fluktuationen einer Poissonverteilung abgesehen / 70 /) mit zeitlich konstanter Amplitude.

Für ein gegebenes laseraktives Medium hängen der genaue Verlauf und das Sättigungsverhalten des Verstärkungskoeffizienten $\alpha_i(f)$ erheblich von den verschiedenen Betriebsparametern des Laseroszillators ab und müssen für den Einzelfall diskutiert werden. In den meisten Fällen (z.B. inhomogene Linienverbreiterung / 7 /) ist $\alpha_i(f)$ jedoch für eine Vielzahl der in (111a) bzw. (111b) angegebenen Frequenzen groß genug, um das Anschwingen der zugehörigen axialen oder transversalen TEM-Eigenschwingungstypen zu ermöglichen. Der Laseroszillator arbeitet in diesem Falle im sogenannten (axialen oder transversalen) Mehr-

schwingungstypenbetrieb (Multimodebetrieb) Sein Frequenzspektrum setzt sich aus den spektralen Anteilen der einzelnen Schwingungstypen zusammen.

Das Frequenzspektrum des einzelner eingeschwungenen TEM-Eigenschwingungstyps wäre (nach klassischer Anschauung) bei idealen Verhältnissen, d.h. bei zeitlich absolut konstanter Schwingamplitude und bei absoluter Frequenzstabilität des Fabry-Perot-Resonators, eine scharfe Linie (Deltaimpuls) bei der nach (111a) bzw. (111b) gegebenen Schwingfrequenz. Tatsächlich sind jedoch der Frequenzstabilität einer solchen Eigenschwingung theoretische und praktische Grenzen gesetzt, welche eine spektrale Verbreiterung zur Folge haben und wegen ihrer später zu besprechenden Bedeutung für die Kohärenzeigenschaften des Laseroszillators im folgenden zusammenfassend dargestellt werden sollen.

Eine theoretische Grenze der Frequenzstabilität sind die spontanen Emissionsprozesse des laseraktiven Mediums, welche Photonen mit statistisch verteilten Phasen an die Eigenschwingungen des Fabry-Perot-Resonators abgeben. Bezeichnen wir mit

Δf_E die Bandbreite der spontanen Emission des laseraktiven Mediums (Abstand der Frequenzen, bei denen die spektrale Leistungsdichte die Hälfte des Maximalwertes beträgt),

$\Delta f_{Res} = \frac{f}{Q_{Res}}$ die Bandbreite des Fabry-Perot-Resonators mit der passiven Güte Q_{Res} bei der Frequenz f der betrachteten TEM-Eigenschwingung (Abstand der Frequenzen, bei denen eine erzwungene Schwingamplitude das $\frac{1}{\sqrt{2}}$ -fache des Maximalwertes beträgt),

P die durch den gleichen TEM-Eigenschwingungstyp im laseraktiven Medium stimulierte Emissionsleistung,

k_B die Boltzmannkonstante,

T die absolute Temperatur des Resonators,

so kann im optischen Frequenzbereich ($hf \gg k_B T$, $\Delta f_{Res} \ll \Delta f_E$) die durch spontane Emissionen hervorgerufene Bandbreite Δf der eingeschwungenen Resonatoreigenschwingung (Abstand der Frequenzen, bei denen die spektrale Leistungsdichte des Laserausgangssignals die Hälfte des

Maximalwertes beträgt) durch die Beziehung

$$\frac{\Delta f}{f} \approx \frac{2\pi h}{P} (\Delta f_{\text{Res}})^2 \quad (113)$$

abgeschätzt werden (/69/,/71/,/72/,/84/).

Für alle Laseroszillatoren von praktischem Interesse ergeben sich nach (113) Bandbreiten Δf kleiner als 1 Hz, so daß diesem Linienverbreiterungsmechanismus keine Bedeutung zukommt.

Eine weitere Grenze für die Frequenzstabilität einer Fabry-Perot-Resonatoreigenschwingung sind zeitliche Fluktuationen seiner optischen Weglänge, welche durch die nachfolgend zu besprechenden Mechanismen hervorgerufen werden können:

1. Thermische Schwingungen der Spiegelabstandhalterung
2. Akustische Schwingungen und thermische Elongationen der Spiegelabstandhalterung
3. Thermische Elongationen des aktiven Mediums
4. Brechzahländerungen im laseraktiven Medium bzw. im Resonatorinnenraum

Eine kontinuierliche optische Weglängenänderung des Fabry-Perot-Resonators bewirkt eine kontinuierliche Verschiebung seiner Resonanzfrequenzen. Geschieht eine solche Verschiebung innerhalb des Zeitraumes $2 t_D$, in welchem das Laserausgangssignal beobachtet wird (z.B. Belichtungszeit eines Hologramms), so wird das effektive Spektrum der Eigenschwingung durch diese Frequenzverschiebungen verbreitert.

Ist L der Spiegelabstand (Bild 9), so bewirken kleine Abstandsänderungen ΔL für einen TEM-Eigenschwingungstyp der Resonanzfrequenz f nach (111a) bzw. (111b) näherungsweise eine Frequenzänderung

$$\frac{\Delta f}{f} \approx - \frac{\Delta L}{L} \quad (114)$$

Für einen von akustischen Schwingungen der Umwelt völlig abgeschirmten Fabry-Perot-Resonator, dessen Spiegel z.B. durch zylindrische Stäbe der Querschnittsfläche F aus einem Material mit Elastizitätsmodul Y auf Abstand L gehalten werden, wird ΔL bei konstanter Temperatur T ausschließlich durch die Schwingungsamplitude der durch thermische Energie angeregten mechanischen Eigenschwingungen der Stäbe hervorgerufen.

Für den praktisch wichtigen Longitudinalgrundschwingungstyp der Stäbe gilt dabei /86/

$$\left| \frac{\Delta f}{f} \right| \approx \left| \frac{\Delta L}{L} \right| \approx 2 \sqrt{\frac{2kT}{YLF}} \quad (115)$$

Die nach (115) zu erwartende spektrale Verbreiterung der Resonatoreigenschwingung liegt bei üblichen Laseraufbauten bei einigen Hz /78 / und stellt die Grenze einer mit hohem Aufwand an akustischer Isolation erzielbaren Frequenzstabilisierung eines Laseroszillators dar. Diese Grenze wurde in einigen Experimenten unter extremen Laborbedingungen annähernd erreicht (/14 /).

Bei Laseroszillatoren ohne besondere Abschirmung werden die mechanischen Eigenschwingungstypen des Fabry-Perot-Resonatoraufbaus durch die akustischen Schwingungen der Umwelt zu erzwungenen Schwingungen angeregt. Die so unter normalen Laborbedingungen hervorgerufenen typischen Längenänderungen ΔL verursachen statistische Frequenzverschiebungen der Resonatoreigenschwingung bis zu einer Größenordnung von etwa 100 kHz (/11 /, /77 /). Thermische Elongationen der Spiegelabstandshalterung aufgrund von Temperaturschwankungen können beträchtliche Verschiebungen der Resonanzfrequenzen des Fabry-Perot-Resonators bewirken. Für kleine relative Längenänderungen ΔL einer zylindrischen Spiegelabstandshalterung (z.B. optische Bank) der Länge L als Folge einer absoluten Temperaturänderung ΔT gilt in guter Näherung /17 /

$$\Delta L = \alpha_L L \Delta T \quad (116)$$

wobei α_L der Wärmeausdehnungskoeffizient des Materials ist. Mit (114) folgt

$$\frac{\Delta f}{f} \approx - \frac{\Delta L}{L} = -\alpha_L \Delta T \quad (117)$$

Bei den üblichen metallischen Werkstoffen liegt α_L bei Raumtemperatur in der Größenordnung von 10^{-5} K^{-1} (Eisen $11,7 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$; Aluminium $23,6 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$; Kupfer $17,0 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$). Nach (117) bedeutet dies bereits bei Temperaturschwankungen $\Delta T = 10^{-1} \text{ K}$ relative Resonanzfrequenzänderungen $\frac{\Delta f}{f}$ von 10^{-6} bzw. im optischen Wellenlängenbereich Frequenzverschiebungen in der Größenordnung von einigen Hundert Megahertz. Um eine bessere Frequenzstabilität gegen Temperaturänderungen zu erreichen, verwendet man Spiegelabstandshalterungen aus Invar ($\alpha_L = 2,3 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$) /78 / oder Quarz ($\alpha_L = 3,63 \cdot 10^{-7} \text{ K}^{-1}$) /179/.

Das tatsächliche Ausmaß dieser Frequenzverschiebungen hängt bei Dauerstrichlasern von den thermischen Gegebenheiten des Arbeitsraumes und der Konstanz der elektrischen Leistungsaufnahme ab. In klimatisierten Räumen wurden z.B. bei He:Ne-Lasern mit Spiegelabstandshalterungen aus Messing in 100s-Intervallen relative Frequenzverschiebungen $\frac{\Delta f}{f} \approx 10^{-7}$ beobachtet /77 /.

Bei Laseroszillatoren, in denen das laseraktive Medium nicht direkt an die Spiegel des Fabry-Perot-Resonators angrenzt, wird dessen optische Länge sowohl durch Änderungen ΔL des Spiegelabstandes L als auch durch Änderungen Δl der Länge l des laseraktiven Mediums mit Brechungsindex n variiert. Für die dadurch entstehenden relativen Verschiebungen der TEM-Resonanzfrequenzen *) ergibt sich:

$$\frac{\Delta f}{f} \approx - \frac{1}{L + (n-1)l} \Delta L - \frac{(n-1)}{L + (n-1)l} \Delta l \quad (118)$$

Der zweite Term in (118) ist gegenüber dem ersten nur bei deutlich von 1 verschiedenem Brechungsindex des laseraktiven Mediums von Bedeutung, wie es etwa bei Festkörperlaseren der Fall ist. Die Längenänderungen ΔL und Δl können wieder unabhängig voneinander durch thermische und akustische Schwingungen und thermische Elongationen entstehen. Die dabei nach (118) entstehenden relativen Frequenzverschiebungen $\frac{\Delta f}{f}$ liegen in der gleichen Größenordnung wie vorausgehend an entsprechender Stelle diskutiert.

Änderungen des Brechungsindex n des laseraktiven Mediums aufgrund von Temperaturänderungen ΔT stellen einen weiteren möglichen Mechanismus für Verschiebungen der TEM-Resonanzfrequenzen dar. Es ergeben sich dadurch relative Frequenzänderungen

$$\frac{\Delta f}{f} \approx - \frac{1}{\frac{L}{l} + n - 1} \Delta n \quad (119)$$

Für Rubin gilt beispielsweise bei Raumtemperatur

$$\Delta n \approx n \alpha_n \Delta T \quad (120)$$

mit $\alpha_n \approx 14 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ und $n \approx 1,76$ /181/.

Damit wird aus (119)

$$\frac{\Delta f}{f} \approx - \frac{2,5 \cdot 10^{-5}}{\frac{L}{l} + 0,76} \frac{\Delta T}{\text{K}} \quad (121)$$

*) In einem solchen Fall existieren im Fabry-Perot-Resonator optische Grenzflächen zwischen Medien mit verschiedenen Brechungsindizes. Die TEM-Eigenschwingungstypen erfahren durch die an diesen Stellen auftretenden Parametertransformationen /85/ gegenüber (106) bzw. (107) entsprechende Modifikationen. Optische Inhomogenitäten des laseraktiven Mediums führen darüberhinaus zu weiteren geringfügigen Abweichungen von der in (106) bzw. (107) angegebenen Form. Der Einfluß dieser Effekte auf die Eigenschwingungsfrequenzen des Resonators kann jedoch bei den in diesem Abschnitt durchgeführten Abschätzungen vernachlässigt werden.

Ist $\frac{L}{\lambda}$ von der Größenordnung 1, so entstehen nach (121) bereits bei Temperaturänderungen $\Delta T = 10^{-1} \text{ K}$ Frequenzänderungen in der Größenordnung von einigen Hundert Megahertz.

Äußere Luftdruckschwankungen führen zu entsprechenden Schwankungen des Brechungsindex n_L im Luftraum zwischen laseraktivem Medium und externen Spiegeln und stellen somit ebenfalls eine Quelle von Frequenzinstabilitäten dar.

Mit $n_L \approx 1$ gilt:

$$\frac{\Delta f}{f} \approx \frac{L - \lambda}{L + (n-1)\lambda} \Delta n_L \quad (122)$$

Bei Raumtemperaturen und Normaldruck ist /88 /

$$\Delta n_L \approx 3,63 \cdot 10^{-7} \text{ Torr}^{-1} \quad (123)$$

so daß z.B. bei $\frac{\lambda}{L} = 0,9$ und üblichen Langzeitluftdruckschwankungen von 1 Torr Frequenzverschiebungen Δf in der Größenordnung von 10 - 20 MHz entstehen.

Eine vergleichbare Wirkung haben in Zusammenhang mit Gleichung (122) Luftfeuchtigkeitsschwankungen (Schwankungen des Wasserdampfpartialdruckes in der Atmosphäre) und Lufttemperaturschwankungen. Bei Raumtemperatur gilt / 88 /

$$\Delta n_L \approx 5,7 \cdot 10^{-8} \text{ Torr}^{-1} \quad (124)$$

für Luftfeuchtigkeitsänderungen und

$$\Delta n_L \approx -9,3 \cdot 10^{-7} \text{ K}^{-1} \quad (125)$$

für Lufttemperaturänderungen.

Alle vorausgehend beschriebenen Instabilitäten des Fabry-Perot-Resonators sind im Vergleich zu den Einschwingzeiten einer TEM-Eigenschwingung langsame Vorgänge und ergeben somit insgesamt ein als Zeitfunktion $f(t)$ beschreibbares Abweichen der TEM-Resonanzfrequenzen f von einem Anfangswert $f_0 = f(t=0)$:

$$f(t) = f_0 + \Delta f(t) \quad (126)$$

Die spektrale Leistungsdichte der Resonatoreigenschwingung ergibt sich aus der Häufigkeit, mit der die Frequenz f innerhalb des Beobachtungszeitraumes der Dauer $2 t_D$ um die Mittenzeit t_M (Bild 10) auftritt und

kann somit als Funktion beider Größen in der Form

$$G_0(t_D, t_M, f - \bar{f}) = \frac{1}{2t_D} |v_0(t_D, t_M, f - \bar{f})|^2 \quad (127)$$

dargestellt werden.

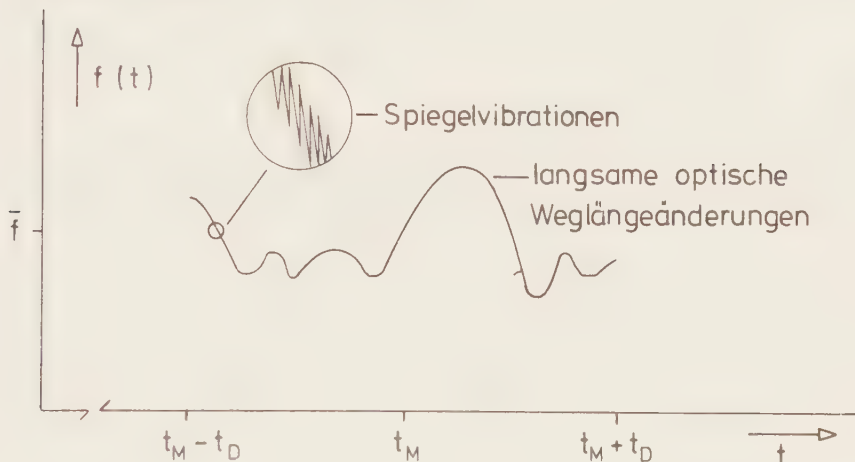


Bild 10: Frequenzwanderung der TEM-Eigenschwingung eines instabilen Fabry-Perot-Resonators als Funktion der Zeit

Die Funktion $G_0(t_D, t_M, f - \bar{f})$ hängt nach den vorausgegangenen Betrachtungen von einer Vielzahl von zeitveränderlichen Parametern ab, welche im Beobachtungszeitraum $2 t_D$ für den experimentellen Einzelfall untersucht werden müssen. Die Angabe einer für einen gegebenen Laseroszillator charakteristischen spektralen Leistungsdichte G_0 ist nur unter standardisierten experimentellen Bedingungen in dem Sinne denkbar, daß $G_0(t_D, t_M, f - \bar{f})$ für genügend großes t_D näherungsweise unabhängig von t_M wird. Ein echter Grenzwert für die spektrale Leistungsdichte G_0 würde sich auch in diesem Fall nur gedankenexperimentell für $t_D \rightarrow \infty$ und Ensemblemittelung ergeben.

Typische, im wesentlichen durch thermische und atmosphärische Einflüsse der Umgebung über Minutenzeiträume hervorgerufene Frequenzinstabilitäten $\frac{\Delta f}{f}$ der Eigenschwingung eines Fabry-Perot-Resonators liegen bei eingelaufenen, thermisch relaxierten Dauerstrichgaslasern unter normalen Laborbedingungen in der Größenordnung von 10^{-7} bis 10^{-8} / 88 /.

Dies entspricht bei optischen Wellenlängen spektralen Verbreiterungen der Resonatoreigenschwingung im MHz- bzw. 10 MHz-Bereich. Während der Einlaufzeit können diese Werte erheblich höher sein. So konnten wir bei einem He:Ne-Laser in den ersten Minuten nach dem Einschalten Frequenzverschiebungen bis zu 30 MHz/s beobachten (Abschnitt 2.2.1).

2.2 Die Kohärenzeigenschaften von Dauerstrich-Laseroszillatoren mit Fabry-Perot-Resonator

Die Bezeichnungsweise "Dauerstrich-Laseroszillator" soll im folgenden zum Ausdruck bringen, daß die Dauer des eingeschwungenen Betriebszustandes groß gegenüber der Beobachtungsdauer $2 t_D$ ist.

2.2.1 Einschwingungstypbetrieb

Im Einschwingungstypbetrieb (Monomode-Betrieb) wird das spektrale Emissionsverhalten eines Laseroszillators durch die in Abschnitt 2.1 (Gleichung (127)) diskutierte spektrale Leistungsdichte einer eingeschwungenen TEM-Eigenschwingung beschrieben. Das während des Zeitraums $2 t_D$ beobachtete Laser- ausgangssignal kann damit nach (22) und (24) als zeitlich begrenzte Funktion der Form

$$V^R(\vec{r}, t, t_D, t_M) = \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} v_0(\vec{r}, t_D, t_M, f - \bar{f}) e^{j2\pi f t} df & \text{für } t_M - t_D < t < t_M + t_D \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (128)$$

dargestellt werden. Für den komplexen zeitlichen Kohärenzgrad gilt dann mit (44), (41) und $\vec{r}_1 = \vec{r}_2 = \vec{r}$:

$$\gamma_{G_0}(\vec{r}, t_D, t_M, \tau) = \frac{4cI}{I(r)} \frac{1}{2t_D} \int_0^\infty |v_0(\vec{r}, t_D, t_M, f - \bar{f})|^2 e^{j2\pi f \tau} df \quad (129)$$

γ_{G_0} und damit nach (69) die Kohärenzzeit τ_K der Laser-Eigenschwingung sind also im allgemeinen Funktionen der Mittenzeit t_M und der Dauer $2 t_D$ des Beobachtungszeitraumes.

In Zusammenhang mit den in Abschnitt 2.1 diskutierten Eigenfrequenzinstabilitäten eines Fabry-Perot-Resonators können wir nunmehr folgende allgemeine Aussagen über die zeitlichen Kohärenzeigenschaften eines Laseroszillators mit einer eingeschwungenen TEM-Eigenschwingung machen:

Nach (129) kann unter Berücksichtigung der in Abschnitt 1.2.9 durchgeführten Überlegungen die Kohärenzzeit τ_K , innerhalb derer $|\gamma|$ in der Größenordnung von 1 bleibt, durch

$$\tau_K \sim \frac{1}{\Delta f} \quad (130)$$

abgeschätzt werden, wenn Δf die Breite des Spektralbereiches ist, in welchem die als einfach strukturiert angenommene spektrale Leistungsdichte $|v_0(\vec{r}, t_D, t_M, f)|^2$ wesentlich von 0 verschieden ist. Die unterste Grenze für Δf ist durch spontane Emissionen in die TEM-Eigenschwingung bedingt. Die sich nach (113) ergebenden Werte unter 1 Hz bedeuten nach (130) Kohärenzzeiten τ_K größer als 1 s bzw. nach (70) Kohärenzlängen ℓ_K größer als 300 000 km. Dieser Betriebszustand kann aber praktisch nicht verwirklicht werden, da er eine vollständige akustische Isolation von der Umgebung und nach (115) extrem niedrige Resonatortemperaturen voraussetzt.

Auch die sich nach (115) bei Raumtemperatur ergebenden Werte für Δf im Hz-Bereich sind selbst bei extremer akustischer Stabilisierung eines Laseroszillators noch nicht erreicht worden. Die unter solchen Bedingungen für kurze Zeiten beobachtete spektrale Breite $\Delta f \leq 20 \text{ Hz}$ / 78 / bedeutet aber nach (130) immer noch Kohärenzlängen ℓ_K größer als 15 000 km.

Unter normalen Laborbedingungen wird Δf bei kurzen Beobachtungszeiten $2 t_D$, innerhalb derer die frequenzändernden thermischen und atmosphärischen Parameter des Laseroszillators als konstant betrachtet werden können, von den akustischen Schwingungen der Umgebung bestimmt. Die dabei entstehenden spektralen Verbreiterungen erreichen die Größenordnung von 10^5 Hz und ergeben Mindestkohärenzlängen ℓ_K im Kilometerbereich.

Bei längeren Beobachtungszeiten $2 t_D$ ist bei eingelaufenen Dauerstrichlasern unter normalen Laborbedingungen ein durch Schwankungen der thermischen und atmosphärischen Parameter bedingtes Abwandern der akustisch verbreiterten Emissionslinie des Laseroszillators im MHz- oder 10 MHz-Bereich zu beobachten / 88 /. Die für die Bestimmung des komplexen

Kohärenzgrades (129) wirksame spektrale Leistungsdichte beinhaltet dabei alle zeitlich nacheinander durchlaufenen spektralen Anteile.

Wir betrachten den in diesem Zusammenhang praktisch wichtigen Fall, daß die Frequenz der Resonatoreigenschwingung während der Beobachtungszeit $2 t_D$ zeitlinear von einer Anfangsfrequenz $f_0 = f(t=0)$ abwandert:

$$f(t) = f_0 + 2bt \quad (131)$$

Das Laserausgangssignal kann dann nach (13) in der Form

$$V(\vec{r}, t) = a(\vec{r}, t) e^{j2\pi(f_0 + bt)t} \quad (132)$$

dargestellt werden. Wir betrachten nun zunächst den einfachen Fall, daß die Amplitude $a(\vec{r}, t)$ während der Frequenzwanderung der Eigenschwingung unter dem Verstärkungsprofil des laseraktiven Mediums nahezu konstant bleibt (dies kann bei genügend kleinen Werten $2bt_D$ angenommen werden).

Wir erhalten dann für den komplexen Kohärenzgrad

$$\gamma_{G_0}(\tau) = \frac{c_I}{I(\vec{r})} \frac{1}{2t_D} \int_0^{2t_D} V(\vec{r}, t) V^*(\vec{r}, t - \tau) dt = e^{j2\pi(f_0 + 2bt_D - b\tau)\tau} \cdot \frac{\sin 4\pi b t_D \tau}{4\pi b t_D \tau} \quad (133)$$

und für die Interferenzkontrastfunktion *)

$$f_{IK}(\tau) = |\gamma_{G_0}(\tau)| = \left| \frac{\sin 4\pi b t_D \tau}{4\pi b t_D \tau} \right| \quad (134)$$

Für die im Abschnitt 1.2.8 definierte holographische Kohärenzzeit

$$\tau_K(|\gamma| \geq |\gamma|_{\min} = \frac{1}{\sqrt{2}}) \text{ folgt aus (134)}$$

$$\tau_K \approx \frac{0,44}{2b \cdot 2t_D} \quad (135)$$

Die zulässige Felddtiefe des Objektraumes einer holographischen Aufnahmeanordnung nimmt in diesem Falle also mit zunehmender Belichtungszeit $2 t_D$ ab.

*) Bei der Berechnung des zeitlichen Kohärenzgrades und der Interferenzkontrastfunktion wird zur Vereinfachung der Schreibweise weiterhin angenommen, daß die über den Beobachtungszeitraum $2 t_D$ zeitlich gemittelten Intensitäten der beiden interferierenden Teilwellen gleich groß sind. Ist dies bei einem Experiment nicht der Fall, so muß der Zusammenhang (54) verwendet werden.

Das durch (131) beschriebene zeitlineare Abwandern der Emissionsfrequenz wurde von uns bei einem He:Ne-Laser (Modell 500 N Spindler und Hoyer) innerhalb der ersten 100 Minuten nach dem Einschalten beobachtet. Die dabei für die Frequenzwanderungsgeschwindigkeit $2b$ bestimmten negativen Werte (dies entspricht nach (118) einer thermischen Elongation des Spiegelabstands L) sind in Bild 11 als Funktion der nach dem Einschalten des kalten Lasers vergangen Zeit dargestellt.

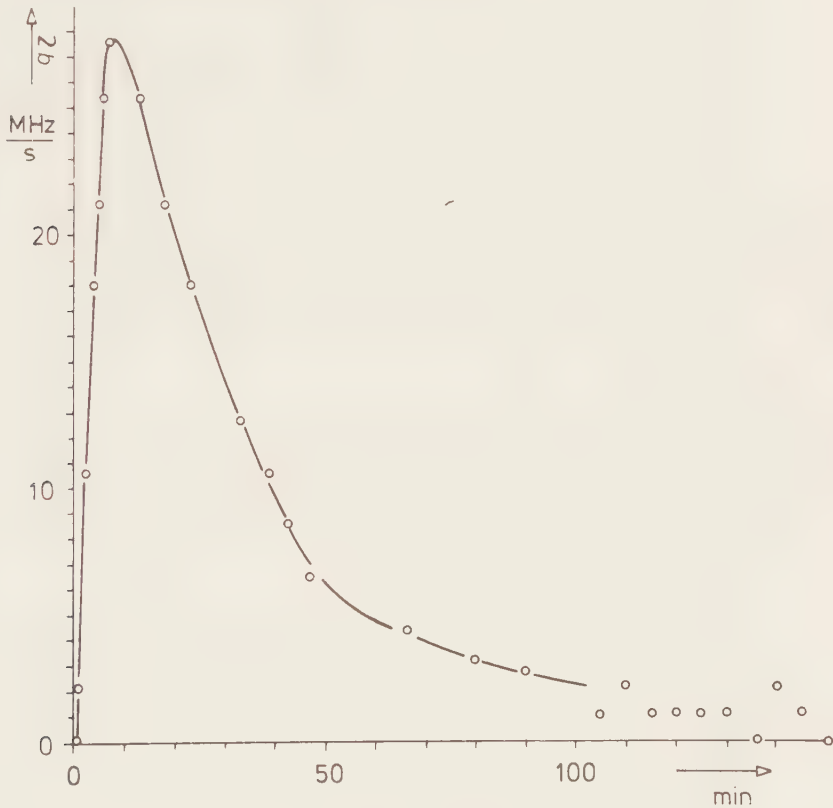


Bild 11: Experimentell beobachtete Frequenzwanderungsgeschwindigkeit $2b$ der Schwingungstypen eines He:Ne-Laseroszillators als Funktion der nach dem Einschalten vergangen Zeit. Die Größe $2b$ gibt an, um welches Frequenzintervall sich die Fabry-Perot-Resonatorfrequenzen in einer Zeiteinheit verschieben.

Es handelt sich in Bild 11 um eine für den betrachteten Laser typische Meßkurve, welche bei Wiederholung des Experiments in ähnlicher Form reproduziert werden konnte. Ihr Verlauf wird durch den jeweiligen Erwärmungszustand des Lasers vor dem Einschalten beeinflusst.

Die Messung erfolgte mit einem Michelson-Interferometer (s. Anhang) unter Verwendung der Beziehung (61), nach der sich (bedingt durch den letzten Term im Kosinusargument) bei fest eingestelltem τ das Interferenzstreifensystem proportional zu einer Frequenzänderung Δf verschiebt. Ist n_t die Anzahl der pro Zeiteinheit am Detektor vorbeiziehenden Intensitätsminima, so gilt für die zugehörige Frequenzwanderungsgeschwindigkeit

$$2b = \frac{n_t}{\tau} \quad (136)$$

Die Richtung der Frequenzwanderung kann ermittelt werden, wenn man bei der gewählten Interferometereinstellung die Richtung der Interferenzstreifenverschiebung bei geringfügiger Vergrößerung bzw. Verkleinerung von τ beobachtet, da diese nach (61) gleichsinnig mit wachsendem f und wachsendem τ stattfindet.

In dem in Bild 11 dargestellten Beispiel wird ungefähr 8 Minuten nach dem Einschalten mit $2b = 27,6$ MHz/s ein Maximum der Frequenzwanderungsgeschwindigkeit erreicht. Würde der Laser in diesem Betriebszustand für ein holographisches Experiment eingesetzt, so ergäben sich nach (135) für Belichtungszeiten $2 t_D$ von 1 bzw. 10 Sekunden holographische Kohärenzlängen $\ell_K = c\tau_K$ von 4,8 m bzw. 48 cm.

Insbesondere für längere Belichtungszeiten $2 t_D$ ist die in Zusammenhang mit Gleichung (133) gemachte Annahme einer nahezu zeitlich konstanten Amplitude des Signals (132) nicht mehr gerechtfertigt, da dann von der Resonatoreigenschwingung ein zunehmender Teil des gaußförmigen Verstärkungsprofils des laseraktiven He:Ne-Ensembles (vgl. Abschnitt 2.2.4) durchlaufen wird und die spektrale Leistungsdichtefunktion G_0 der Eigenschwingung eine entsprechende (von der Rechtecksform abweichende) Gestalt annimmt. Der Verlauf des Interferenzkontrastes weicht dadurch zwar von der in (133) berechneten Form ab, die damit vorausgehend abgeschätzten holographischen Kohärenzlängen bleiben aber größenordnungsmäßig richtig.

Bei der in Bild 11 dargestellten Messung ging nach ungefähr 100 Minuten die linear mit der Zeit verlaufende Abwanderung der Resonatoreigenschwingungen zu tieferen Frequenzen in unregelmäßige Frequenzfluktuationen von einigen MHz/s über.

2.2.2 Axialer Mehrschwingungstypenbetrieb

Im axialen Mehrschwingungstypenbetrieb (axialer Multimode-Betrieb) schwingen im Fabry-Perot-Resonator gleichzeitig mehrere benachbarte TEM-Eigenschwingungstypen mit nach (111a) bzw. (111b) unterschiedlichem axialen Parameter q aber gleichen Parametern m , n bzw. p , l . Alle diese Eigenschwingungstypen haben somit unterschiedliche Resonanzfrequenz aber gleiche transversale Feldverteilung.

Dies bedeutet, daß die spektrale Leistungsdichte $G(\vec{r}, t_D, t_M, f)$ des Laserausgangssignals $V(\vec{r}, t_D, t_M, f)$ an allen Punkten $\vec{r}$ der Wellenfront bis auf einen ortsabhängigen, durch die gegebene Gauß-Hermite- bzw. Gauß-Laguerre-Verteilung bestimmten Faktor die gleiche ist. Die zeitlichen Kohärenzeigenschaften des Signals sind somit ebenfalls an allen Punkten $\vec{r}$ der Wellenfront gleich.

Bezeichnen wir mit $G_{0i}(\vec{r}, t_D, t_M, f - \bar{f}_i)$ die spektrale Leistungsdichte der Resonatoreigenschwingung i nach (127), so können wir für die gesamte spektrale Leistungsdichte des Laserausgangssignals schreiben

$$G(\vec{r}, t_D, t_M, f) = \sum_{i=1}^N G_{0i}(\vec{r}, t_D, t_M, f - \bar{f}_i) \quad (137)$$

Mit (44) erhalten wir damit für den komplexen Kohärenzgrad

$$\gamma(t_D, t_M, \tau) = \frac{4cI}{I(\vec{r})} \sum_{i=1}^N \int_0^\infty G_{0i}(\vec{r}, t_D, t_M, f - \bar{f}_i) e^{j2\pi f\tau} df \quad (138)$$

Mit (129) kann (138) auch in der Form

$$\gamma(t_D, t_M, \tau) = \sum_{i=1}^N \frac{I_i(\vec{r})}{I(\vec{r})} \gamma_{G_{0i}}(t_D, t_M, \tau) \quad (139)$$

geschrieben werden, wobei

$$\sum_{i=1}^N I_i(\vec{r}) = I(\vec{r}) \quad (140)$$

gilt und $\gamma_{G_{0i}}$ der komplexe Kohärenzgrad der Eigenschwingung i ist.

Wir betrachten nun den praktisch wichtigen Fall, daß alle spektralen Leistungsdichteprofile G_{0i} der Resonatoreigenschwingungen i durch eine gemeinsame Strukturfunktion G_0 in der Form

$$G_{0i}(\vec{r}, t_D, t_M, f - \bar{f}_i) = \frac{I_i(\vec{r})}{I(\vec{r})} G_0(\vec{r}, t_D, t_M, f - \bar{f}_i) \quad (141)$$

beschrieben werden können. Da die in Abschnitt 2.1 diskutierten optischen Weglängeschwankungen des Fabry-Perot-Resonators benachbart liegende TEM-Resonanzfrequenzen f_i synchron und gleichartig verschieben, werden die dadurch entstehenden spektralen Leistungsdichteprofile $G_{oi}(\vec{r}, t_D, t_M, f - \bar{f}_i)$ dann eine gleichartige Form erhalten, wenn sich die Ausgangsleistung der einzelnen Eigenschwingung i während des Beobachtungszeitraums $2 t_D$ nicht wesentlich ändert. Dies setzt voraus, daß die Frequenzwanderung der Eigenschwingungen unter dem Verstärkungsprofil $g(f)$ des laseraktiven Mediums / 9 / in der Zeit $2 t_D$ nicht zu groß ist (vgl. Bild 12). Bei Gaslasern (He:Ne, Ar⁺) kann diese Voraussetzung noch bei Resonanzfrequenzverschiebungen in der Größenordnung von 100 MHz für den Zweck der folgenden Betrachtung als näherungsweise erfüllt angenommen werden. Mit (141) erhalten wir aus (138)

$$\gamma(t_D, t_M, \tau) = \gamma_0(t_D, t_M, \tau) \sum_{i=1}^N \frac{I_i(\vec{r})}{I(\vec{r})} e^{j2\pi f_i \tau} \quad (142)$$

wobei

$$\gamma_0(t_D, t_M, \tau) = \frac{4c I}{I_i(\vec{r})} \int_{-\infty}^{\infty} G_{oi}(\vec{r}, t_D, t_M, \Delta f) e^{j2\pi \Delta f \tau} d(\Delta f) \quad (143)$$

bis auf einen Phasenfaktor der komplexe Kohärenzgrad der einzelnen Resonatoreigenschwingung ist.

Wir nennen (142) die zeitliche Kohärenzformel des Mehrschwingungstypenlasers. Sie stellt eine Erweiterung gegenüber den in der Literatur (/11 /, /91 /, /92 /, /149/) gebrauchten Ausdrücken zur Berechnung der zeitlichen Kohärenzeigenschaften von Multimode-Laseroszillatoren dar, da sie den Einfluß des spektralen Leistungsdichteprofiles der einzelnen Resonatorschwingung auf den Verlauf der zeitlichen Kohärenzfunktion explizit berücksichtigt.

Wir wollen nun den Verlauf des aus (142) folgenden Interferenzkontrastes $f_{IK} = |\gamma|$ untersuchen. Im axialen Mehrschwingungstypenbetrieb haben benachbarte Eigenschwingungen nach (111a) bzw. (111b) einen Frequenzabstand

$$\Delta f_L = \frac{c}{2L} \quad (144)$$

Unter der Voraussetzung, daß nur eine Gruppe von N benachbarten axialen Eigenschwingungstypen anschwingt (z.B. He:Ne-Laser, Ar⁺-Laser im Einlinienbetrieb), können wir in (142)

$$\bar{f}_i = \bar{f}_1 + (i-1) \Delta f_L \quad (145)$$

setzen. Wir erhalten dann nach einigen Umformungen

$$f_{IK}(t_D, t_M, \tau) = | \gamma_0(t_D, t_M, \tau) | \cdot \left(\sum_{i=1}^N A_i + 2 \sum_{i=1}^{N-1} B_i \cos 2\pi i \Delta f_L \tau \right)^{1/2} \quad (146)$$

wobei

$$A_i = \left(\frac{I_i(\vec{r})}{I(\vec{r})} \right)^2 \cdot B_i = \sum_{k=1}^{N-1} (A_k A_{k+i})^{1/2} ; \quad \sum_{i=1}^N I_i(\vec{r}) = I(\vec{r}) \quad (147)$$

gilt.

Die Auswertung der Formel (146) erfordert die Kenntnis der relativen Emissionsleistungen der einzelnen Schwingungstypen. Ohne diese Kenntnis ergibt sich aus der Tatsache, daß der Radikand in (146) eine Fourierreihe der Grundfrequenz Δf_L darstellt und unter der Voraussetzung, daß $|\gamma_0|$ sich in einem Intervall $\Delta \tau = \frac{1}{\Delta f_L}$ nur wenig ändert, als allgemeingültige Aussage eine von der Resonatorlänge L abhängige Periodizität

$$f_{IK}(t_D, t_M, \tau) \approx f_{IK}(t_D, t_M, \tau + \frac{2L}{c}) \quad (148)$$

der Interferenzkontrastfunktion in τ . In diesem Falle können durch die Messung von f_{IK} für N geeignet gewählte Werte $\tau_1, \dots, \tau_N$ aus (146) die N Größen A_i und damit die relativen Ausgangsleistungen der einzelnen Schwingungstypen bestimmt werden. Es ist dies ein Spezialfall der in Abschnitt 1.2.7 behandelten Fourierspektroskopie. Der ungefähre Verlauf von $|\gamma_0(t_D, t_M, \tau)|$ und damit die ungefähre Breite der spektralen Leistungsdichte G_0 der einzelnen Resonatoreigenschwingung im Beobachtungszeitraum $2 t_D$ können andererseits nach (146) durch Messung der Funktion f_{IK} an den Stellen $\tau = n \cdot \frac{2L}{c}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) bestimmt werden, da dort

$$\left(\sum_{i=1}^N A_i + 2 \sum_{i=1}^{N-1} B_i \cos 2\pi i \Delta f_L \tau \right)^{1/2} = 1 \quad (149)$$

gilt. Interessant ist dies allerdings nur, wenn $|\gamma_0(t_D, t_M, \tau)|$ bereits bei Werten von τ , welche sich in der Praxis realisieren lassen, meßbar kleiner als 1 wird. Dies ist nach den Überlegungen des Abschnittes 2.2.1 dann der Fall, wenn die spektrale Leistungsdichte der Resonatoreigenschwingung in einem Frequenzintervall von ungefähr 10 MHz oder mehr wesentlich von Null verschieden ist. Betrachten wir in diesem Zusam-

menhang wieder den praktisch wichtigen Fall der zeitlinearen Frequenzwanderung der Einzelschwingungstypen im Beobachtungszeitraum $2 t_D$ um $\Delta f = 2a2t_D$ so gilt nach (133)

$$|\gamma_0(t_D t_M, \tau)| = \frac{\sin \pi 2a2t_D \tau}{\pi 2a2t_D \tau} \quad (150)$$

Damit wird aus (146)

$$f_{IK}(\tau, t_D, t_M) = \left| \frac{\sin \pi 2a2t_D \tau}{\pi 2a2t_D \tau} \right| \left(\sum_{i=1}^N A_i + 2 \sum_{i=1}^{N-1} B_i \cos 2\pi i \Delta f_L \tau \right)^{1/2} \quad (151)$$

Voraussetzung für die Gültigkeit der Gleichung (151) ist, daß die Emissionsleistungen der einzelnen Eigenschwingungstypen bei ihrer Frequenzwanderung näherungsweise konstant bleiben. Dies ist gegeben, wenn $2a2t_D$ genügend klein gegenüber der spektralen Breite der Lasergesamemission ist (Bild 12).

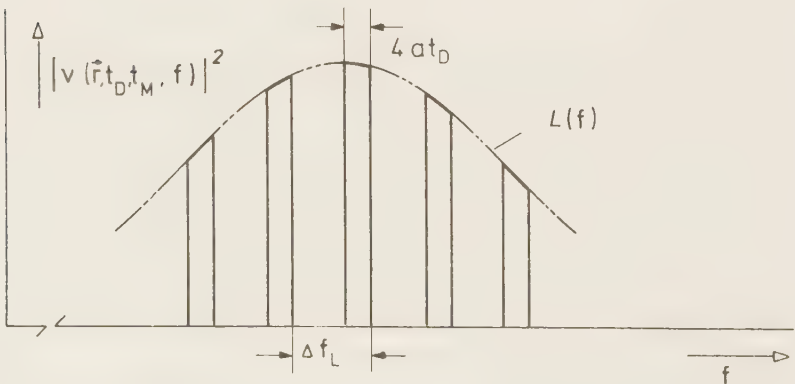


Bild 12: Spektrale Leistungsdichte eines Mehrschwingungstypen-Laseroszillators mit zeitlinearer Frequenzwanderung der Resonatoreigenfrequenzen. $L(f)$ folgt aus dem Verlauf der Emissionsleistung der einzelnen axialen Resonatoreigenschwingung als Funktion der Resonanzfrequenz f .

Ein weiterer, praktisch wichtiger Betriebszustand von Laseroszillatoren ist der axiale Mehrschwingungstypenbetrieb, bei dem durch verschiedene Laserübergänge des laseraktiven Mediums M Gruppen von jeweils N_M benachbarten axialen Schwingungstypen mit Frequenzabstand $\Delta f_L = \frac{c}{2L}$ anschwingen (Bild 13). Wir finden dieses Emissionsverhalten beispielsweise beim Argon- und Kryptonionenlaser im Mehrlinienbetrieb vor.

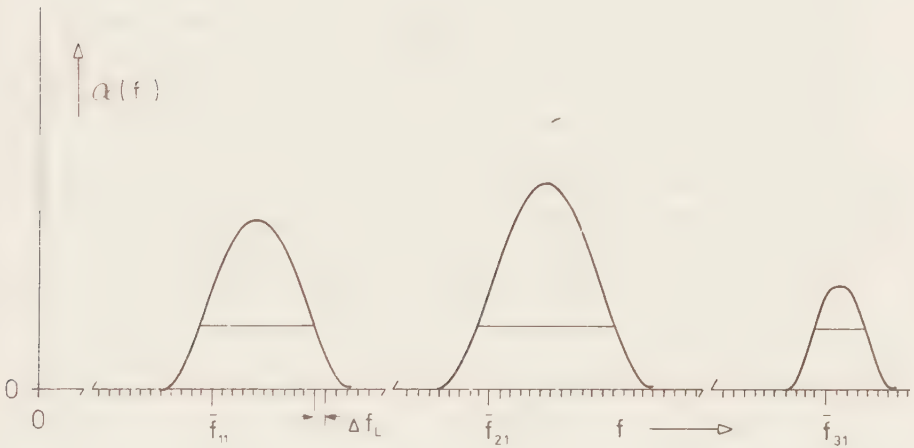


Bild 13: Axiales Fabry-Perot-Resonanzfrequenzsystem unter dem Verstärkungsprofil eines Lasermediums mit mehreren inhomogen verbreiterten Laserübergängen.

Für diesen Fall lautet die Kohärenzformel (142)

$$\gamma(t_D, t_M, \tau) = \gamma_0(t_D, t_M, \tau) \sum_{k=1}^M e^{j2\pi \bar{f}_{k1} \tau} \sum_{i=1}^{N_M} \frac{I_{ki}(\vec{r})}{I(\vec{r})} e^{j2\pi(i-1) \cdot f_L \tau} \quad (152)$$

wobei $\bar{f}_{k1}$ die niedrigste anschwingende axiale Eigenschwingungsfrequenz im kten Laserübergang und

$$I(\vec{r}) = \sum_{k=1}^M \sum_{i=1}^{N_M} I_{ki}(\vec{r}) \quad (153)$$

die vom Detektor pro Flächeneinheit empfangene Gesamtleistung der Laseremission ist. Da die Abstände der Frequenzen $\bar{f}_{k1}$ groß gegen die gesamte spektrale Breite $(N_M-1)\Delta f_L$ der im Verstärkungsprofil eines einzelnen Laserüberganges anschwingenden axialen Moden sind, wird von ihnen nach (152) die Feinstruktur des komplexen Kohärenzgrades bzw. der Interferenzkontrastfunktion bestimmt. Zur Veranschaulichung behandeln wir den einfachen, aber diesen Sachverhalt kennzeichnenden Fall, daß ein Ar^+ -Laser bei seinen beiden stärksten Laserübergängen mit $\bar{f}_{11} \approx 615 \text{ THz}$ und $\bar{f}_{21} \approx 583 \text{ THz}$ /180/ betrieben wird. Wir können zur weiteren Vereinfachung annehmen, daß aufgrund der gleichartigen Dopplerverbreiterung / 8 / und etwa gleich großer Ausgangsleistungen /180/ bei den beiden Übergängen gleichviele ($N_1 = N_2 = N$) benachbarte axiale Eigenschwingungstypen anschwingen. Unter diesen Voraussetzungen erhalten wir aus (152)

$$f_{IK}(t_D, t_M, \tau) = 2|\gamma_0(t_D, t_M, \tau)| \left(\sum_{i=1}^N A_i + 2 \sum_{i=1}^{N-1} B_i \cos 2\pi i \Delta f_L \tau \right)^{1/2} |\cos \pi (\bar{f}_{11} - \bar{f}_{21}) \tau| \quad (154)$$

wobei A_i und B_i wie in (147) definiert sind, jetzt aber $2 \sum_{i=1}^N I_i(\vec{r}) = I(\vec{r})$ gilt.

Der Wurzelausdruck in (154) ergibt die in Zusammenhang mit (146) berechnete Kohärenzcharakteristik der (hier aus einer Dopplerverbreiterung der Laserübergänge folgenden) axialen Eigenschwingungsbande. Der Kosinusfaktor prägt diesem Verlauf eine zusätzliche schnelle Fluktuation auf, welche die mit diesem Laserwellenfeld erzeugten Interferenzstreifen in Abständen $c\Delta\tau = 4,7 \text{ } \mu\text{m}$ verschwinden läßt.

2.2.3 Allgemeiner Mehrschwingungstypenbetrieb

Beim allgemeinen Mehrschwingungstypenbetrieb von Laseroszillatoren schwingen im Fabry-Perot-Resonator bei jeder axialen Schwingungstypenzahl q mehr als ein transversaler Schwingungstyp TEM_{mnq}^l bzw. TEM_{pq}^l an. Diese haben nach (111a) bzw. (111b) unterschiedliche Eigenfrequenzen f_{mnq} bzw. f_{pq} und unterschiedliche transversale Leistungsdichtever-

teilungen. Dies hat zur Folge, daß die spektrale Leistungsdichte $G(\vec{r}, t_D, t_M, f)$ und damit die zeitlichen Kohärenzeigenschaften eines solchen Wellenfeldes von dessen transversalen Koordinaten abhängen.

2.2.3.1 Zeitliche Kohärenzeigenschaften

Die zeitlichen Kohärenzeigenschaften des Laseroszillators im axialen und transversalen Mehrschwingungstypenbetrieb werden grundsätzlich durch die Formel (142) beschrieben, wobei jetzt aber (im Unterschied zum rein axialen Mehrschwingungstypenbetrieb) das Verhältnis $\frac{I_i(\vec{r})}{I(\vec{r})}$ von den transversalen Koordinaten des Laserwellenfeldes abhängt.

Für den Verlauf des Interferenzkontrastes ergibt sich aus (142) mit (57) die allgemeine Formel

$$f_{IK}(\vec{r}, t_D, t_M, \tau) = I_0(t_D, t_M, \tau) \left| \left(\sum_{i=1}^N A_i(\vec{r}) + 2 \sum_{i < k} \sqrt{A_i(\vec{r}) A_k(\vec{r})} \cos 2\pi(\vec{r}_k - \vec{r}_i) \tau \right)^{1/2} \right| \quad (155)$$

Die Berechnung der Interferenzkontrastfunktion (155) erfordert die Kenntnis der sich aus den relativen Emissionsleistungen und den transversalen Amplitudenverteilungen der einzelnen Schwingungstypen ergebenden Ortsfunktionen $A_i(\vec{r})$. Die mit den jeweils größten Produkten $A_i(\vec{r}) A_k(\vec{r})$ verknüpften Differenzfrequenzen $\vec{r}_{ik} = |\vec{r}_i - \vec{r}_k|$ prägen dabei dem Verlauf der Funktion $f_{IK}(\tau)$ die stärksten Schwankungen auf.

2.2.3.2 Räumliche Kohärenzeigenschaften

Der erste theoretische Ansatz zur Erklärung der räumlichen Kohärenzeigenschaften eines Laseroszillators wurde von Wolf (/47/, /41/) mit einer Analyse der räumlich-zeitlichen Entwicklung des komplexen Kohärenzgrades eines quasimonochromatischen Wellenfeldes unter den Randbedingungen eines Fabry-Perot-Resonators durchgeführt. Dieses Vorgehen eignet sich gut zur physikalischen Veranschaulichung des Anwachsens der räumlichen Kohärenz des Resonatorfeldes während des Einschwingvorganges, weniger aber zur quantitativen Beschreibung der räumlichen Kohärenzeigenschaften eines Laseroszillators mit einer Anzahl eingeschwungener TEM-Eigen-schwingungstypen. Von Sotskii und Goncharenko /94/ wurde später eine Behandlung dieses Problems durch eine vereinfachte Entwicklung des Feldes eines Mehrschwingungstypenlasers nach ebenen Wellen durchgeführt. Ihre Rechnungen führen zu Ergebnissen, welche einige allgemeine Aspekte der räumlichen Kohärenz eines Laserwellenfeldes qualitativ

richtig beschreiben. Eine systematische Anwendung der Kohärenztheorie 2. Ordnung auf den Mehrschwingungstypenlaser erfolgte in Arbeiten von Bertolotti, Daino, Gori und Sette /98/; Morley, Schofield, Allen und Jones /95/ und Saleh und Minkowski /96/. Im folgenden werden in einer verallgemeinerten und erweiterten Darstellung des gleichen Problems die räumlichen Kohärenzeigenschaften eines aus einer beliebigen Anzahl von axialen und transversalen TEM-Eigenschwingungstypen bestehenden Laserwellenfeldes untersucht.

Wir stellen zunächst die ite von N angeschwungenen Eigenschwingungstypen nach (13) als quasimonochromatisches Signal in der Form

$$V_i(\vec{r}, t) = u_i(\vec{r}) a_i(t) e^{j(\varphi_i(t) + 2\pi \bar{f}_i t)} \quad (156)$$

dar, wobei die reellen Funktionen $a_i(t)$ und $\varphi_i(t)$ in Zeiträumen der Größenordnung $\frac{1}{\bar{f}_i}$ nahezu konstant bleiben und $u_i(\vec{r})$ eine räumliche Amplitudenstrukturfunktion nach (106) oder (107) ist. Die Funktion $a_i(t)$ sei so normiert, daß

$$\frac{1}{2t_D} \int_{t_M - t_D}^{t_M + t_D} a_i^2(t) dt = 1 \quad (157)$$

gilt und demnach

$$I_i(\vec{r}) = c_I u_i(\vec{r}) u_i^*(\vec{r}) \quad (158)$$

die vom Detektor am Ort $\vec{r}$ pro Flächeneinheit empfangene und über den Beobachtungszeitraum $2t_D$ gemittelte Leistung der iten Eigenschwingung ist.

Für das Gesamtsignal des Laseroszillators gilt mit (156)

$$V(\vec{r}, t) = \sum_{i=1}^N V_i(\vec{r}, t) \quad (159)$$

Wir setzen nun voraus, daß alle N eingeschwungenen Eigenschwingungstypen unterschiedliche Frequenzen $\bar{f}_i$ haben und daß deren Abstände so groß sind, daß

$$|f_i - f_k| \gg \frac{1}{2t_D} \quad (160)$$

gilt. Diese Annahme ist praktisch stets begründet, da im Falle verschiedener transversaler Eigenschwingungstypen nahezu gleicher Frequenz nur

diejenige mit den geringsten Resonatorverlusten anschwingt. Das gleichzeitige Auftreten mehrerer linear unabhängiger transversaler Eigenschwingungstypen genau gleicher Frequenz kann im eingeschwungenen Zustand als eine einzige Eigenschwingung des entarteten Fabry-Perot-Resonators betrachtet werden, welche mit einer Funktion nach (156) beschreibbar ist.

Weiterhin soll im betrachteten Wertebereich für τ stets

$$a_i(t-\tau) \simeq a_i(t) ; \quad \varphi_i(t-\tau) \simeq \varphi_i(t) \quad (161)$$

gelten, d.h. τ soll wesentlich kleiner sein als die Kohärenzzeit der einzelnen Eigenschwingung. Mit diesen Voraussetzungen erhalten wir mit (30), (34) und (157) für den komplexen Kohärenzgrad des Signals (159)

$$\gamma(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_D, t_M, \tau) = \frac{c_I}{\sqrt{I(\vec{r}_1) I(\vec{r}_2)}} \sum_{i=1}^N u_i(\vec{r}_1) u_i^*(\vec{r}_2) e^{j2\pi \vec{r}_i \tau} \quad (162)$$

wobei

$$I(\vec{r}_1) = \sum_{i=1}^N I_i(\vec{r}_1) ; \quad I(\vec{r}_2) = \sum_{i=1}^N I_i(\vec{r}_2) \quad (163)$$

Für die Interferenzkontrastfunktion folgt

$$f_{IK}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_D, t_M, \tau) = |\gamma(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_D, t_M, \tau)| = \frac{c_I}{\sqrt{I(\vec{r}_1) I(\vec{r}_2)}} \cdot \left(\sum_{i=1}^N u_i(\vec{r}_1) u_i^*(\vec{r}_1) u_i(\vec{r}_2) u_i^*(\vec{r}_2) + 2 \sum_{i < k} \operatorname{Re}\{u_i(\vec{r}_1) u_i^*(\vec{r}_2) u_k(\vec{r}_2) u_k^*(\vec{r}_1) \cdot e^{j2\pi(\vec{r}_i - \vec{r}_k)\tau} \} \right)^{1/2} \quad (164)$$

wobei nach (106), (107) und (108)

$$\vec{r} = (x, y, z) \quad (165)$$

$$u_i(\vec{r}) = \hat{u}_i(\vec{r}) e^{j\varphi_i(\vec{r})} \quad (166)$$

$$\varphi_i(\vec{r}) = k_i \left(\frac{x^2 + y^2}{2R_i(z)} - z \right) + M_i \arctan \frac{\bar{\lambda}_i z}{\pi \omega_{0i}^2} \quad (167)$$

$$M_i = \begin{cases} m_i + n_i + 1 & \text{für TEM}_{mn}\text{-Schwingungstypen} \\ 2p_i + l_i + 1 & \text{für TEM}_{pl}\text{-Schwingungstypen} \end{cases} \quad (168)$$

$$\bar{\lambda}_i = \frac{c}{f_i} \quad ; \quad k_i = \frac{2}{\bar{\lambda}_i} \quad (169)$$

gilt und die reellen transversalen Strukturfunktionen

$$\hat{u}_i(\vec{r}) = u_{0i} H_{mi} \left(\sqrt{2} \frac{x}{w_i(z)} \right) H_{ni} \left(\sqrt{2} \frac{y}{w_i(z)} \right) \frac{w_0}{w_i(z)} e^{-\frac{x^2 + y^2}{w_i(z)^2}} \quad (170)$$

für TEM_{mn}-Schwingungstypen und

$$\hat{u}_i(\vec{r}) = u_{0i} \left(\frac{\sqrt{2} r}{w_i(z)} \right)^{l_i} L_p^l \left(2 \frac{r^2}{w_i^2(z)} \right) \frac{w}{w_i(z)} e^{-\frac{x^2 + y^2}{w_i(z)^2}} \quad (170)$$

für TEM_p^l-Schwingungstypen eingeführt wurden.

(164) beschreibt (unter den anfangs gemachten Voraussetzungen) die räumlichen und zeitlichen Kohärenzeigenschaften des axialen und/oder transversalen Mehrschwingungstypenlasers. Die rein räumlichen Kohärenzeigenschaften ergeben sich daraus mit (158) und (166) für $\tau = 0$ und $z_1 = z_2$ in Form der Interferenzkontrastfunktion

$$f_{IK}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_D, t_M) = \frac{c_I}{\sqrt{I(\vec{r}_1)I(\vec{r}_2)}} \left(\sum_{i=1}^N \hat{u}_i^2(\vec{r}_1) \hat{u}_i^2(\vec{r}_2) + \right. \\ \left. + 2 \sum_{i < k} \hat{u}_i(\vec{r}_1) \hat{u}_i(\vec{r}_2) \hat{u}_k(\vec{r}_1) \hat{u}_k(\vec{r}_2) \cos \varphi_{ik}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \right)^{1/2} \quad (171)$$

wobei

$$\varphi_{ik}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \frac{(k_i - k_k)(r_1^2 - r_2^2)}{R(z)} \quad (172)$$

$$R(z) \approx R_i(z), \quad R_k(z) \quad (173)$$

$$r_{1,2}^2 = x_{1,2}^2 + y_{1,2}^2 \quad (174)$$

gilt. Die Gleichung (171) zeigt, daß die räumlichen Kohärenzeigenschaften der Wellenfront des Laserstrahls sowohl von den räumlichen Amplitudenkorrelationen als auch von den räumlichen Phasendifferenzen $\varphi_{ik}(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$ der anteiligen TEM-Schwingungstypen abhängen.

Wir wollen zunächst den Einfluß der Phasendifferenzen $\varphi_{ik}(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$ abschätzen. Bei einem gegebenen Strahlradius $w(z)$ am Ort z der zu untersuchenden Wellenfront kann die Abschätzung

$$|r_1^2 - r_2^2| \lesssim w^2(z) \quad (175)$$

gemacht werden. Bezeichnen wir nun mit $\Delta\bar{f}$ den maximalen Frequenzabstand der in (171) enthaltenen Eigenschwingungstypen und mit $\bar{f} = \frac{c}{\lambda}$ die Mittelfrequenz der Laseremission, so gilt mit (172), (109) und (110)

$$|\varphi_{ik}(\vec{r}_1, \vec{r}_2)| \lesssim 2 \frac{c}{\pi} \frac{\Delta\bar{f} z}{\bar{f}^2 \omega_0^2} \quad (176)$$

bzw.

$$|\varphi_{ik}(\vec{r}_1, \vec{r}_2)| \lesssim \frac{2}{\pi} \frac{\Delta\bar{\lambda} z}{\omega_0^2} \quad (177)$$

Die Kosinusfunktionen in (171) werden also mit zunehmender spektraler Breite $\Delta\bar{\lambda}$ der Gesamtemission, zunehmendem Abstand z der Wellenfront von der Strahltaile und zunehmender Strahldivergenz (abnehmendem Strahltaillenradius ω_0) wirksam. In der folgenden Tabelle 1 sind für verschiedene Laseroszillatoren und Taillenradien die Längen z zusammengestellt, bei denen die rechte Seite in (177) ungefähr gleich 1 wird.

Tabelle 1

	He:Ne $\Delta f \approx 1 \text{GHz}$	Ar ⁺ (514nm) $\Delta f \approx 3 \text{GHz}$	Ar ⁺ (514nm+488nm) $\Delta f \approx 32 \text{THz}$	Rubin $\Delta f \approx 100 \text{GHz}$
$w_0 = 1 \text{mm}$	$z = 1,2 \cdot 10^6 \text{m}$	$z = 10^6 \text{m}$	$z = 60 \text{m}$	$z = 10^4 \text{m}$
$w_0 = 0,1 \text{mm}$	$z = 1,2 \cdot 10^4 \text{m}$	$z = 10^4 \text{m}$	$z = 0,6 \text{m}$	$z = 10^2 \text{m}$
$w_0 = 0,01 \text{mm}$	$z = 1,2 \cdot 10^2 \text{m}$	$z = 10^2 \text{m}$	$z = 0,6 \text{cm}$	$z = 1 \text{m}$
$w_0 = 0,001 \text{mm}$	$z = 1,2 \text{m}$	$z = 1 \text{m}$	$z = 0,06 \text{mm}$	$z = 1 \text{cm}$

Die Phasendifferenzen $\varphi_{ik}(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$ werden in der Laborpraxis also nur bei extrem kleinen Strahltaillenradien und bei gleichzeitig großen spektralen Breiten Δf bedeutsam. In allen übrigen Fällen erhalten wir mit $\varphi_{ik}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \approx 0$ und (158) aus (171)

$$f_{IK}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_D t_M) = \left(\frac{\sum_{i,k=1}^N \hat{u}_i(\vec{r}_1) \hat{u}_i(\vec{r}_2) \hat{u}_k(\vec{r}_1) \hat{u}_k(\vec{r}_2)}{\sum_{i,k=1}^N \hat{u}_i(\vec{r}_1) \hat{u}_i(\vec{r}_1) \hat{u}_k(\vec{r}_2) \hat{u}_k(\vec{r}_2)} \right)^{1/2} \quad (178)$$

Mit dieser Formel können die räumlichen Kohärenzeigenschaften einer Laserstrahlwellenfront bei Kenntnis der anteiligen Wellentypen und ihrer relativen Intensitäten im Beobachtungszeitraum $2 t_D$ berechnet werden. Umgekehrt erlaubt der Ausdruck im Prinzip die Bestimmung der anteiligen transversalen Schwingungstypen eines Laserstrahls durch eine genügend große Anzahl simultaner Messungen der Interferenzkontrastfunktion f_{IK} , was durch eine geeignete holographische Kohärenzmeßmethode (/155/, /156/) grundsätzlich möglich ist.

Vollständige räumliche Kohärenz über die gesamte Wellenfront ($f_{IK} \equiv 1$) ergibt sich nach (178), wenn

$$\sum_{i,k=1}^N \hat{u}_i(\vec{r}_1) \hat{u}_k(\vec{r}_2) \{ \hat{u}_i(\vec{r}_2) \hat{u}_k(\vec{r}_1) - \hat{u}_i(\vec{r}_1) \hat{u}_k(\vec{r}_2) \} = 0 \quad (179)$$

für alle Punktepaare $\vec{r}_1, \vec{r}_2$ gilt. Diese Bedingung kann wegen der linearen Unabhängigkeit verschiedener transversaler Eigenschwingungstypen i, k und der daraus folgenden linearen Unabhängigkeit der entsprechenden Produktfunktionen $u_i(\vec{r}_1) \cdot u_k(\vec{r}_2)$ nur erfüllt werden, wenn

$$\hat{u}_i(\vec{r}_2)\hat{u}_k(\vec{r}_1) - \hat{u}_i(\vec{r}_1)\hat{u}_k(\vec{r}_2) \equiv 0 \quad (180)$$

bzw.

$$\frac{\hat{u}_i(\vec{r}_1)}{\hat{u}_i(\vec{r}_2)} \equiv \frac{\hat{u}_k(\vec{r}_1)}{\hat{u}_k(\vec{r}_2)} \quad (181)$$

für alle i,k gilt. Aus der letzten Bedingung folgt offensichtlich

$$\hat{u}_i(\vec{r}) = c_{ik} \hat{u}_k(\vec{r}) \quad (182)$$

wobei c_{ik} eine Konstante ist. Vollständige räumliche Kohärenz über die ganze Wellenfront ist also beim transversalen Mehrschwingungstypenbetrieb grundsätzlich nicht möglich. Der rein axiale Mehrschwingungstypenbetrieb liefert dagegen nach (182) und den vorausgegangenen Überlegungen vollständig kohärente Wellenfronten in einem Bereich um die Strahltaile, in welchem die Phasendifferenzen $\Phi_{ik}(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$ nach (177) vernachlässigbar klein bleiben.

Nahezu vollständige räumliche Kohärenz ist nach (178) aber stets in kleinen, zusammenhängenden Gebieten der Wellenfront zu beobachten, in welchen

$$\hat{u}_i(\vec{r}_1) \approx \hat{u}_i(\vec{r}_2) ; \quad \hat{u}_k(\vec{r}_1) \approx \hat{u}_k(\vec{r}_2) \quad (183)$$

für alle i,k und alle Punktepaaire $\vec{r}_1, \vec{r}_2$ gilt, in welchen also die Intensität jedes einzelnen transversalen Schwingungstyps nahezu konstant bleibt.

Experimentelle Bestätigungen der vorausgegangenen theoretischen Betrachtungen finden sich in einigen Arbeiten über räumliche Kohärenzmessungen an Wellenfeldern von Gaslasern mit einfachen transversalen Mehrschwingungstypenstrukturen (/98 /, /99 /, /100 /, /101 /, /102 /, /95 /, /80 /).

2.2.4 Numerische und experimentelle Ergebnisse

Im folgenden werden die Ergebnisse des Abschnitts 2.2.2 am Beispiel des He:Ne-Lasers numerisch ausgewertet und mit dessen experimentell ermittelten zeitlichen Kohärenzeigenschaften verglichen.

2.2.4.1 Numerische Berechnung der Interferenzkontrastfunktion eines He:Ne-Lasers im axialen Mehrschwingungstypenbetrieb

Ein typisches und praktisch sehr wichtiges Beispiel eines Dauerstrich-Laseroszillators im axialen Mehrschwingungstypenbetrieb stellt der bei $\lambda = 0,6328 \mu\text{m}$ betriebene He:Ne-Laser dar. Die Verstärkungscharakteristik des laseraktiven Neonatomensembles wird im wesentlichen durch die Dopplerverbreiterung des $3s_2/2p_4$ -Übergangs hervorgerufen / 8 / und kann durch einen Kleinsignal-Verstärkungskoeffizienten (vgl. Abschnitt 2.1)

$$\alpha_D(f-\bar{f}) = \alpha_0 e^{-\left(\frac{f-\bar{f}}{\delta}\right)^2} \quad (184)$$

mit $\bar{f} = 474 \text{ THz}$ und $\delta = 1,02 \text{ GHz}$ / 8 / bzw. durch ein normiertes Doppler-Verstärkungsprofil

$$g_D(f-\bar{f}) = \frac{\alpha_D(f-\bar{f})}{\alpha_0} = e^{-\left(\frac{f-\bar{f}}{\delta}\right)^2} \quad (185)$$

beschrieben werden (Bild 14).

Beschreiben wir in gleicher Weise die im wesentlichen durch Leistungsauskopplung der Spiegel verursachte Dämpfung des betrachteten TEM-Eigen-schwingungstyps mit einem analog (185) normierten Verlustkoeffizienten $\ell(f-\bar{f})$, so schwingt wegen der Inhomogenität der Dopplerverbreiterung und dem im Vergleich zur natürlichen Linienverbreiterung des laseraktiven Ne-Überganges großen axialen Frequenzabstand Δf_L jeder axiale TEM-Schwingungstyp an, für welchen

$$g_D(f-\bar{f}) > \ell(f-\bar{f}) \quad (186)$$

gilt. Da $\ell(f-\bar{f})$ für die spektrale Breite des Dopplerprofils (185) praktisch konstant ist, kann die Beziehung (186) durch die in Bild 14 eingezeichnete Verlustgerade

$$g_D(f-\bar{f}) = \ell \quad (187)$$

veranschaulicht werden.

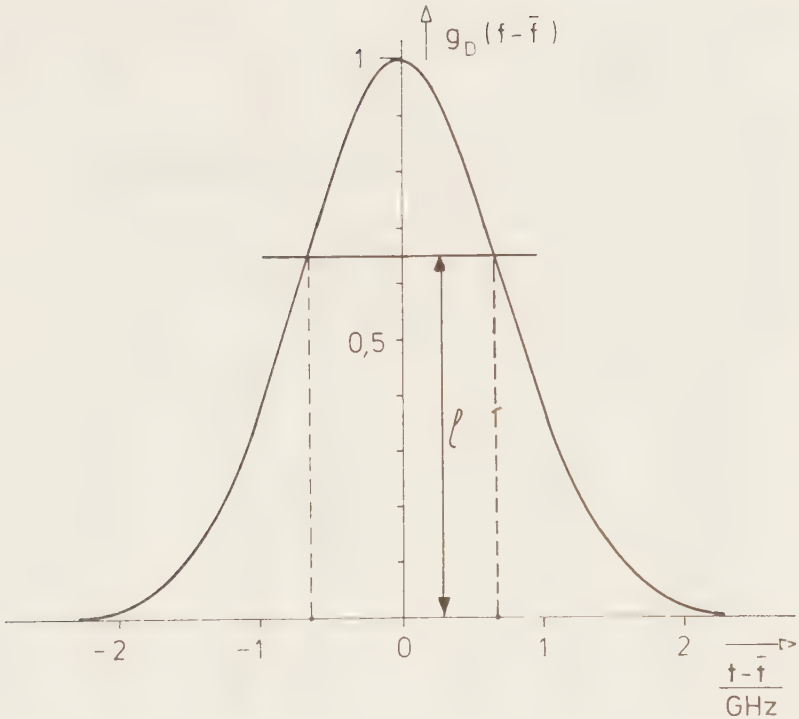


Bild 14: Das normierte Doppler-Kleinsignalverstärkungsprofil des 0,6328 μm -Übergangs eines laseraktiven Neonatom-Ensembles

Deren Schnittpunkte mit dem Verstärkungsprofil g_D markieren auf der Frequenzachse den Bereich, innerhalb dessen die betrachteten TEM-Schwingungstypen anschwingen können. Im eingeschwungenen Zustand sind nach experimentellen Beobachtungen die Emissionsleistungen der einzelnen axialen Schwingungstypen i mit Frequenz $\bar{f}_i$ näherungsweise der jeweiligen Differenz $g_D(\bar{f}_i - \bar{f})$ proportional / 10 /, so daß wir für deren Intensitäten

$$I_i = I_0 (g_D(\bar{f}_i - \bar{f}) - \rho) = I_0 \left(e^{-\left(\frac{\bar{f}_i - \bar{f}}{\delta}\right)^2} - \rho \right) \quad (188)$$

schreiben können.

Die Interferenzkontrastformel (146) des axialen Mehrschwingungstypenlasers wurde für einen He:Ne-Laser mit einer Resonatorlänge $L \approx 58 \text{ cm}$ und einem daraus folgenden axialen Resonanzfrequenzabstand $\Delta f_L = 260 \text{ MHz}$ (Spindler & Hoyer Modell 500N) berechnet. Für die Bestimmung der Koeffizienten A_i

und B_i (147) wurde dabei gesetzt:

$$I_i = I_0 \left(e^{-\left(\frac{(i-1)0,26+h}{1,02} \right)^2} - l \right) \quad (189)$$

Durch Variation des Parameters h kann die Position des axialen Eigenfrequenzsystems unter dem Verstärkungsprofil g_D verschoben werden.

Die Ergebnisse der numerischen Berechnungen sind in den Bildern 15-17 für $|\gamma_0| = 1$ dargestellt. In allen Zeichnungen sind auf der Abszisse Einheiten von $\Delta f_L \tau$ aufgetragen. Auf Lichtweglängen umgerechnet entspricht eine solche Einheit der doppelten Resonatorlänge $2L$.

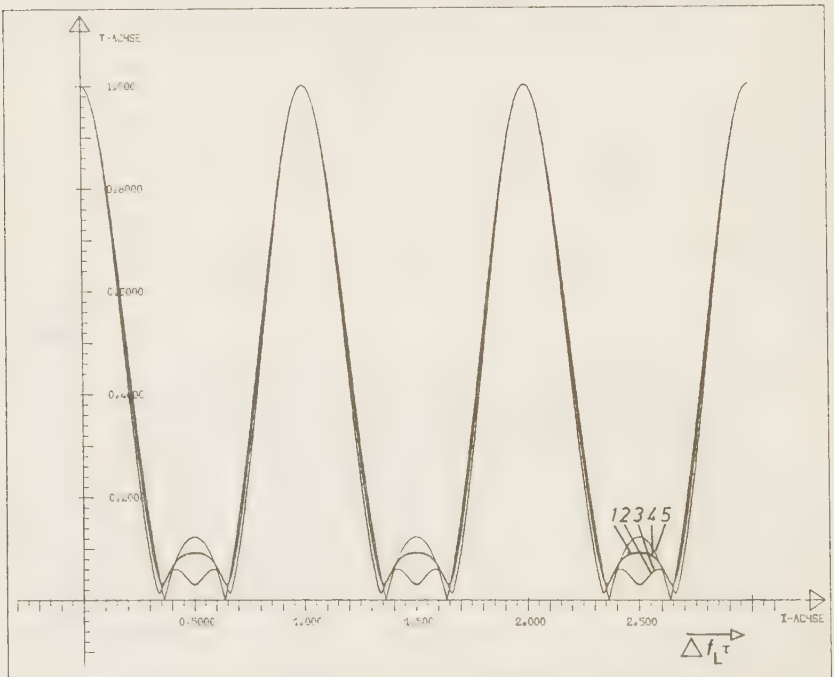


Bild 15: Verlauf der Interferenzkontrastfunktion eines He:Ne-Laseroszillators im axialen Mehrschwingungstypenbetrieb für verschiedene Positionen des axialen Eigenfrequenzsystems unter dem Verstärkungsprofil ($l=0,75$; $h=-0,729$ (1); $h=-0,677$ (2); $h=-0,625$ (3); $h=-0,573$ (4); $h=-0,521$ (5))

In Bild 15 ist die Interferenzkontrastfunktion (146) bei gleichbleibender Verlustgerade ($\ell = 0,75$) für verschiedene Parameter h dargestellt. Es ist zu erkennen, daß die Gestalt der mit $\Delta f_L = 1$ periodischen Hauptmaxima praktisch nicht und der Verlauf der Interferenzkontrastfunktion dazwischen nur geringfügig von der Position der axialen Schwingungstypen unter dem Verstärkungsprofil abhängt.

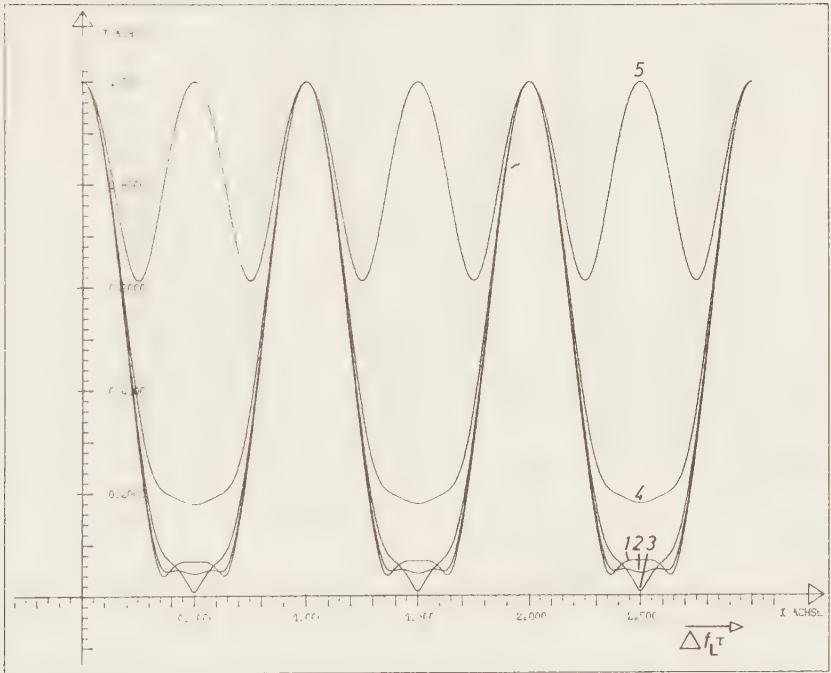


Bild 16a: Verhalten der Interferenzkontrastfunktion bei Variation der Größen A_1 nach (190)
 ($\ell=0,75$; $h=-0,729$; $k=0,05$ (1); $k=0,1$ (2); $k=0,2$ (3); $k=0,5$ (4); $k=1$ (5))

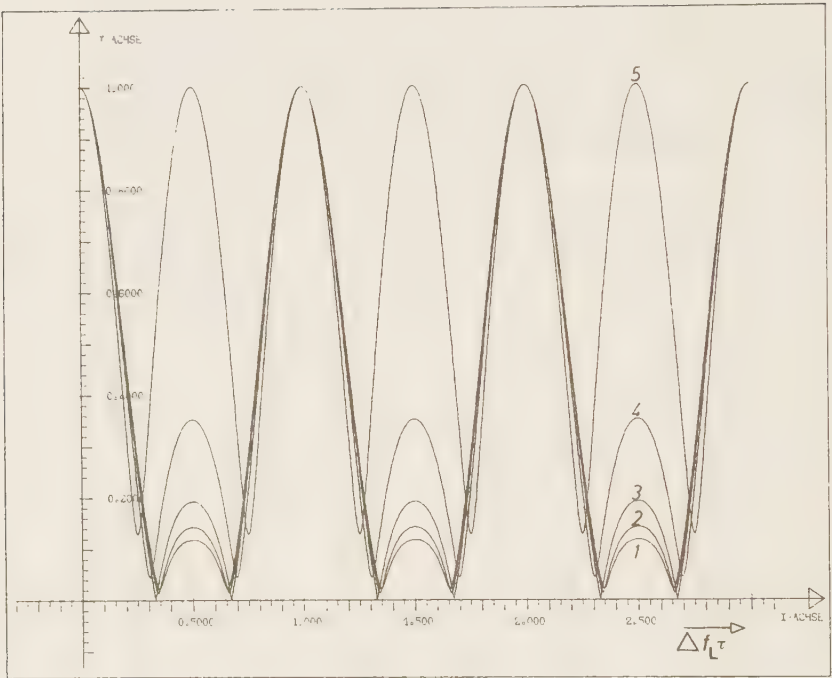


Bild 16b: Verhalten der Interferenzkontrastfunktion bei Variation der Größen A_i nach (190)
 $(\lambda=0,75; h=-0,729; k=-0,05$ (1); $k=-0,1$ (2); $k=0,2$ (3); $k=0,5$ (4); $k=1$ (5))

Um den Einfluß von Intensitätsschwankungen der einzelnen Schwingungstypen auf den Verlauf der Interferenzkontrastfunktion abschätzen zu können, werden in Bild 16 bei gleichbleibenden Parametern $\lambda = 0,75$ und $h = -0,729$ die mit (147) und (188) berechneten Koeffizienten A_i in der Form

$$A_i \rightarrow (1+(-1)^i k) A_i \quad (190)$$

mit $k = 0,05, k = 0,1, k = 0,2, k = 0,5, k = 1$ (Bild 16a) und $k = -0,05, k = -0,1, k = -0,2, k = -0,5, k = -1$ (Bild 16b) variiert. Dies entspricht Schwankungen der einzelnen Intensitäten I_i zwischen 2,5 und 100 %.

Auch in diesem Fall (mit Ausnahme des Extremfalles $k = \pm 1$) bleibt die Gestalt der Hauptmaxima unverändert, während der übrige Kurvenverlauf

mit zunehmenden Intensitätsschwankungen stärker werdenden Variationen unterworfen ist.

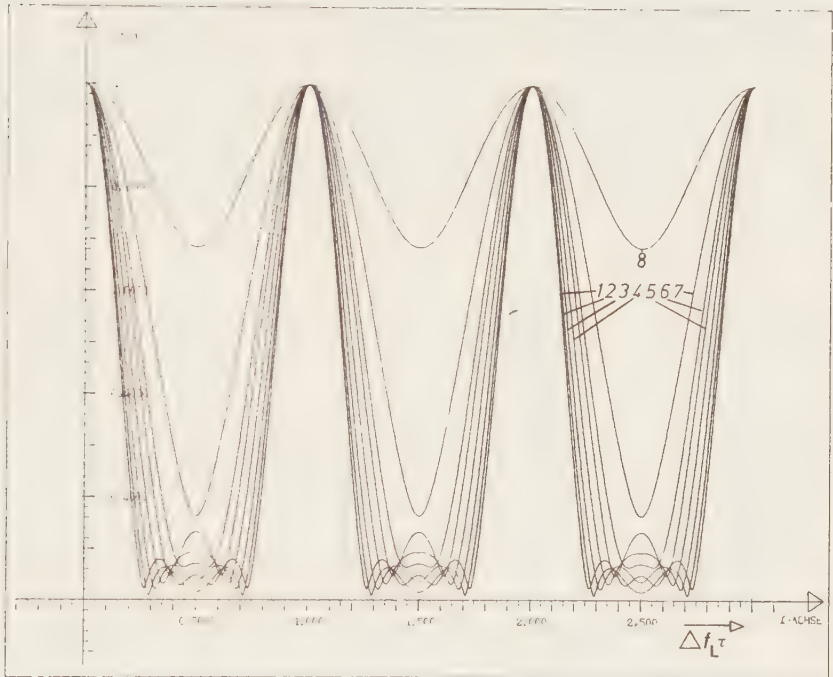


Bild 17: Verhalten der Interferenzkontrastfunktion bei Verschiebung der Verlustgeraden $g_D(f-\bar{f}) = l$ (vgl. Bild 14)
 ($h = -0,729$; $l = 0,6$ (1); $l = 0,65$ (2); $l = 0,7$ (3); $l = 0,75$ (4);
 $l = 0,8$ (5); $l = 0,85$ (6); $l = 0,9$ (7); $l = 0,95$ (8))

In Bild 17 wird bei gleichbleibendem Parameter $h = -0,729$ die Verlustgerade von $l = 0,65$ auf $l = 0,95$ angehoben. Man erkennt, daß mit wachsendem l die Hauptmaxima der Interferenzkontrastfunktion breiter werden. Dies ist eine Folge der kleiner werdenden Anzahl anschwingender Eigen-schwingungstypen und der damit verbundenen Einengung des Emissionsspektrums. Die in Bild 15, Bild 16 und Bild 17 dargestellten Kurvenverläufe lassen den Schluß zu, daß die Breite der Hauptmaxima der Interferenzkontrastfunktion Aussagen über den Parameter l ermöglicht. Wie im folgenden Abschnitt gezeigt wird, kann man mit diesem Ergebnis aus einer Vermessung der Interferenzkontrastfunktion auf die Position der Verlustgeraden im

Verstärkungsprofil g_D schließen.

In Bild 18 ist der Verlauf der Interferenzkontrastfunktion (151) für einen He:Ne-Laser der vorausgehend beschriebenen Art dargestellt, dessen Resonatoreigenfrequenzen sich im Beobachtungszeitraum $2 t_D$ um 100 MHz verschieben.

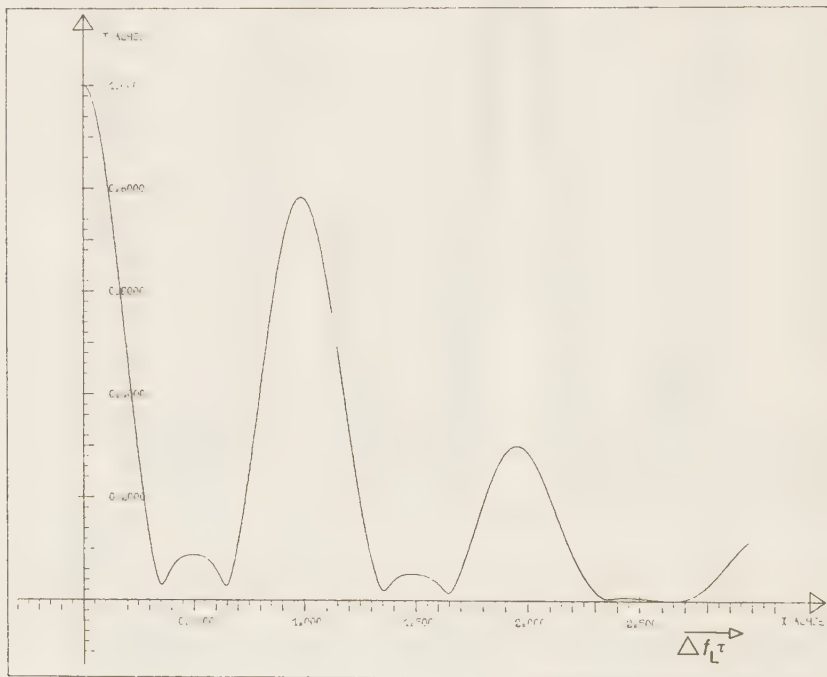


Bild 18: Verlauf der Interferenzkontrastfunktion (151) eines He:Ne-Laser-oszillators im axialen Mehrschwingungstypenbetrieb bei einer Wanderung der Resonatoreigenfrequenzen um $2b_2t_D = 100$ MHz ($\ell = 0,75$; $h = -0,729$)

Beschränkt sich eine mit diesem Laser betriebene holographische Aufnahmeanordnung auf die Ausnutzung des 1. Interferenzkontrastmaximums, so wirkt sich die Frequenzwanderung offensichtlich noch nicht störend aus. Eine gezielte Ausnutzung periodisch folgender Maxima zur Erhöhung der holographischen Aufnahmefeldtiefe /177/ ist aber in diesem Falle nicht mehr möglich.

2.2.4.2 Vergleich der numerischen mit experimentellen Ergebnissen

Die Interferenzkontrastfunktion des den Berechnungen in Abschnitt 2.2.4.1 zugrundegelegten He:Ne-Lasers (Spindler & Hoyer Modell 500N, $L = 58$ cm, $R_1 = \infty$, $R_2 = 700$ mm) wurde mit einem Michelson-Interferometer (s. Anhang) vermessen und mit den nach (146) berechneten und im vorausgehenden Abschnitt dargestellten Kurven verglichen. Optimale Übereinstimmung fand sich, wie in Bild 19 dargestellt, mit der für $\ell=0,75$ berechneten Kurve nach Bild 17. Dies läßt für den vermessenen Laser nach den Ergebnissen des vorherigen Abschnitts eine Festsetzung der Verlustgeraden auf $\ell = 0,75$ zu.

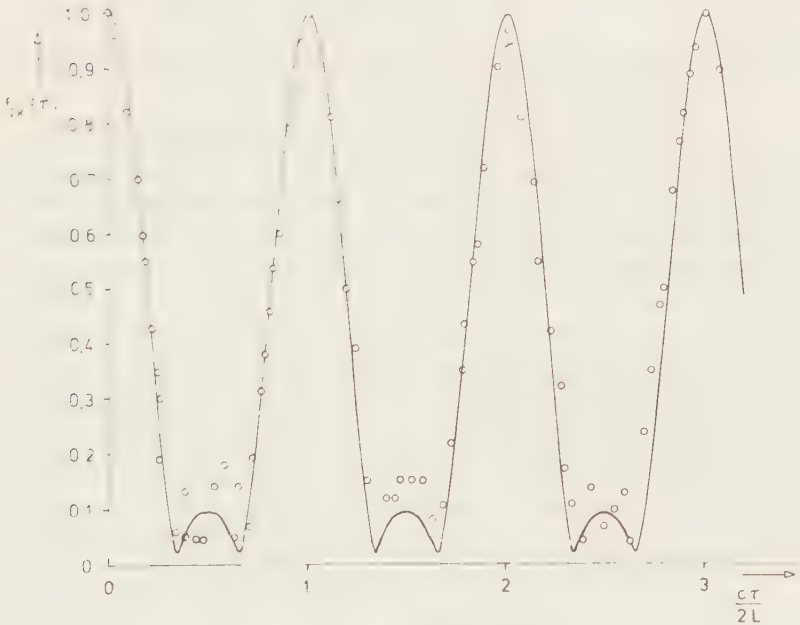


Bild 19: Gemessener und berechneter Verlauf der Interferenzkontrastfunktion eines He:Ne-Laseroszillators im axialen Mehrschwingungstypenbetrieb (TEM_{00}) ($h=0,729$; $\ell=0,75$)

Die Bestimmung der Position der Verlustgeraden im Doppler-Verstärkungsprofil g_D ist gleichbedeutend mit der Bestimmung der spektralen Breite der Laseremission. Insofern stellt das beschriebene Vorgehen eine (stark vereinfachte) fourierspektroskopische Untersuchung des Laser- Ausgangssignals dar.

Im Bereich zwischen den Hauptmaxima wurden bei den Messungen bei unverändertem τ zeitabhängige Fluktuationen des Interferenzkontrastes zwischen 0 und 0,2 beobachtet, wie sie entweder durch Verschiebung des axialen Resonanzfrequenzsystems unter dem Doppler-Verstärkungsprofil (Bild 15) oder durch Intensitätsschwankungen einzelner Schwingungstypen (Bild 16) entstehen können.

2.3 Die Kohärenzeigenschaften von gepulsten Festkörper-Lasersoszillatoren mit Fabry-Perot-Resonator

Wir betrachten jetzt den Fall, daß die Dauer der Laseremission zeitlich begrenzt und kleiner oder gleich der Öffnungszeit $2 t_D$ des Detektors ist. Ein Beispiel hierzu ist das durch einen einzelnen Laserpuls (welcher auch aus einer endlichen Folge entsprechend kürzerer Unterpulse bestehen kann) belichtete Hologramm.

2.3.1 Der freilaufende gepulste Festkörperlaser

Die praktisch wichtigsten Einzelpuls-Lasersoszillatoren mit Fabry-Perot-Resonator sind gepulste Festkörperlaser. Obwohl bei diesen Lasern Einschwingungstypbetrieb in der Praxis nur unter extremen Bedingungen erreicht werden kann, sollen aus methodischen Gründen zunächst die Kohärenzeigenschaften eines einzelnen Schwingungstyps untersucht werden. Wir stellen dazu den betrachteten Einzelschwingungstyp i wieder nach (156) als quasimonochromatisches analytisches Signal in der Form

$$V_i(\vec{r}, t) = u_i(\vec{r}) a_i(t) e^{j(\varphi_i(t) + 2\pi f_i t)}$$

dar, wobei nach (8)

$$V_i(\vec{r}, t) = V_i^R(\vec{r}, t) + jV_i^I(\vec{r}, t) = 2 \int_0^\infty v_i(\vec{r}, f) e^{j2\pi f t} dt \quad (191)$$

mit

$$v_i(\vec{r}, f) = \int_{-\infty}^{\infty} v_i^R(\vec{r}, t) e^{-j2\pi f t} dt \quad (192)$$

gilt.

Zur Ermittlung der spektralen Leistungsdichte $G_{v_i}(\vec{r}, f) = \frac{1}{2t_D} |v_i(\vec{r}, f)|^2$ welche die zeitliche Kohärenzeigenschaften des Signals vollständig bestimmt, benötigen wir zunächst qualitative Kenntnisse über die Funktionen $a_i(t)$ und $\varphi_i(t)$.

Die Emission eines freilaufenden gepulsten Festkörperlaser (seine wichtigsten Ausführungsformen sind der Rubinlaser und der Neodymlaser) zeigt die beiden folgenden verallgemeinerungsfähigen Eigenschaften:

1. Der Puls besteht aus einer Folge von kurzen Amplitudenspitzen ("spikes"), welche als Relaxationsschwingungen beim Anschwingen des Fabry-Perot-Resonators gedeutet werden können (/ 7 /, / 10 /).
2. Der Fabry-Perot-Resonator ändert während der gesamten Pulsdauer ständig seine optische Weglänge und damit seine Resonanzfrequenzen. Dies wird durch die vom laseraktiven Material (Festkörperstab) und vom Resonator absorbierte und in Wärme umgewandelte Strahlung der Pumplichtquelle hervorgerufen, welche thermische Elongationen der Spiegelabstandshalterungen und des Festkörperstabes und Brechungsindexänderungen des Festkörpermateri als zu Folge hat und damit nach (118) und (119) Resonanzfrequenzverschiebungen bewirkt. Diese Verschiebungen wachsen mit zunehmender Zeit an und sind so groß, daß aufeinanderfolgende Amplitudenspitzen in unterschiedliche optische Spektralbereiche emittieren.

Für die folgende modellmäßige Analyse dieser Emissionscharakteristik und der aus ihr folgenden zeitlichen Kohärenzeigenschaften gehen wir von folgenden vereinfachenden Annahmen aus:

1. Die Resonanzfrequenz $\bar{f}_i$ der betrachteten Eigenschwingung i wandert während der Pulsdauer gemäß

$$\bar{f}_i(t) = \bar{f}_{i0} + 2bt \quad (193)$$

zeitlinear von einer Anfangsfrequenz $\bar{f}_{i0}$ zu Beginn des Pulsanstiegs ab.

2. Die n_i Amplitudenspitzen des Pulses werden durch gleichartige Gaußfunktionen unterschiedlicher Höhe a_{ik} bzgl. einer jeweiligen Mittenzeit t_{ik} beschrieben:

$$a_i(t) = \sum_{k=1}^{n_i} a_{ik} e^{-\frac{(t-t_{ik})^2}{p^2}} \quad (194)$$

Mit (193) und (194) können wir schreiben

$$V_i(\vec{r}, t) = u_i(\vec{r}) \sum_{k=1}^{n_i} a_{ik} e^{-\frac{(t-t_{ik})^2}{p^2}} e^{j2\pi(b(t-t_{ik})^2 + \bar{f}_{ik}(t-t_{ik}))} \quad (195)$$

wobei $\bar{f}_{ik}$ die Mittenfrequenz der k-ten Amplitudenspitze ist.

Für die spektrale Leistungsdichte dieses Signals ergibt sich mit (192) und der Annahme, daß alle Amplitudenspitzen aufgrund der zeitlichen Resonatorfrequenzänderung in frequenzmäßig vollkommen getrennte Spektralbereiche emittieren

$$G_{oi}(\vec{r}, f - \bar{f}_{ik}) = \frac{1}{2t_D} |u_i(\vec{r})|^2 \sum_{k=1}^{n_i} a_{ik}^2 \frac{\pi p^2}{\sqrt{1+4\pi^2 b^2 p^4}} e^{-\frac{2\pi^2 p^2 (f - \bar{f}_{ik})^2}{1+4\pi^2 b^2 p^4}} \quad (196)$$

und daraus für den komplexen Kohärenzgrad

$$\gamma_i(\tau) = e^{-\frac{1+4\pi^2 b^2 p^4}{2p^2} \tau^2} \sum_{k=1}^{n_i} w_{ik} e^{j2\pi \bar{f}_{ik} \tau} \quad (197)$$

wobei

$$w_{ik} = \frac{a_{ik}^2}{\sum_{k=1}^{n_i} a_{ik}^2} \quad (198)$$

der relative Energieinhalt der k-ten Amplitudenspitze ist.

Für die Interferenzkontrastfunktion folgt aus (197)

$$f_{IK_i}(\tau) = |\gamma_i(\tau)| = e^{-\frac{1+4\pi^2 b^2 p^4}{2p^2} \tau^2} \left(\sum_{k=1}^{n_i} w_{ik}^2 + 2 \sum_{\ell < k} w_{ik} w_{i\ell} \cos 2\pi (\bar{f}_{ik} - \bar{f}_{i\ell}) \tau \right)^{1/2} \quad (199)$$

Bei der Diskussion des Mehrschwingungstypenbetriebs beschränken wir uns nun aus Gründen der Übersichtlichkeit auf den Fall, daß die Resonanzfrequenzen $\bar{f}_{ik}$ der N anschwingenden Eigenschwingungstypen i so weit auseinander liegen, daß sich die nach (196) zugehörigen spektralen Leistungsdichten G_{oi}

nicht überlappen. Dies kann bei kurzen Resonatorlängen L mit entsprechend großen axialen Resonanzfrequenzabständen angenommen werden, wenn gleichzeitig die Pumpenergie, welche ja das Ausmaß der Resonanzfrequenzabweichung bestimmt, nicht zu groß ist.

Ist $W(\vec{r})$ die vom Detektor pro Flächeneinheit empfangene Energie der i -ten Eigenschwingung und

$$W(\vec{r}) = \sum_{i=1}^N W_i(r) \quad ,$$

so ergibt sich unter den genannten Voraussetzungen für den komplexen Kohärenzgrad der Gesamtemission mit (139) und (197)

$$\gamma(\tau) = \frac{1}{W} \sum_{i=1}^N W_i \gamma_i(\tau) = e^{-\frac{1+4\pi^2 b^2 p^4}{2p^2} \tau^2} \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^{n_i} c_{ik} e^{-j2\pi \vec{r}_{ik} \tau} \quad (200)$$

mit

$$c_{ik} = \frac{W_i W_{ik}}{W} \quad (201)$$

Für die Interferenzkontrastfunktion folgt aus (200)

$$\begin{aligned} f_{IK}(\tau) = e^{-\frac{1+4\pi^2 b^2 p^4}{2p^2} \tau^2} & \left(\sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^{n_i} c_{ik}^2 + \right. \\ & \left. + 2 \sum_{\substack{k=2 \\ i < k}}^N \sum_{\substack{\ell=2 \\ m < \ell}}^{n_i} c_{ik} c_{\ell m} \cos 2\pi (\vec{r}_{ik} - \vec{r}_{\ell m}) \tau \right)^{1/2} \end{aligned} \quad (202)$$

Die Wurzelausdrücke in (202) und (199) zeigen einen oszillatorischen Verlauf, welcher von den Frequenzabständen zwischen den Amplitudenspitzen aller beteiligten Eigenschwingungen und deren relativer Höhe abhängt. Der endgültige Abfall der Interferenzkontrastfunktion unter die Meßbarkeitsgrenze wird vom Exponentialfaktor bestimmt.

Es soll nun mit (202) eine zeitliche Kohärenzmessung an einem freilaufenden, gepulsten Rubinlaser gedeutet werden. Von Berkley und Wolga /82/ wurde von einem schwach über die Schwelle gepumpten 3-Zoll-Rubinlaser mit verspiegelten Endflächen berichtet, bei welchem für $\tau \approx 0,1 \mu s$ (entsprechend

einer optischen Weglängendifferenz von 30 m im Michelson-Interferometer) der Interferenzkontrast endgültig unter die gegebene Beobachtbarkeitsgrenze von 0,01 absank. Aus elektronischen Messungen im Zeitbereich wurde für die gaußförmig beschriebenen Amplitudenspitzen ein mittlerer Profilbreiteparameter $p = 0,48 \cdot 10^{-6}$ s ermittelt. Ohne Resonanzfrequenzverschiebung, d.h. für $b = 0$, wird nach (202) $f_{IK}(\tau)$ erst bei $\tau = 1,46 \mu\text{s}$ endgültig kleiner als 0,01. Die gemessene Kohärenzzeit von $0,1 \mu\text{s}$ kann jedoch erklärt werden, wenn in (202) eine zeitlineare Frequenzverschiebung von $b = 10 \text{ MHz}/\mu\text{s}$ eingeht. Dieser Wert ist in seiner Größenordnung in Übereinstimmung mit den von anderen Autoren /124/ mit einem speziellen Fabry-Perot-Etalon gemessenen Frequenzverschiebungen der Rubinlaseremission während eines Pulses.

Die nach (202) zu erwartenden Oszillationen der Interferenzkontrastfunktion wurden in dem beschriebenen Experiment nicht beobachtet, da bei der verwendeten Meßvorrichtung für jeden neuen Puls nur ein einziger Wert von τ eingestellt werden konnte.

Diese Meßtechnik erlaubt wegen der von Puls zu Puls auftretenden Schwankungen in der Emissionscharakteristik keine Bestimmung der Feinstruktur der Interferenzkontrastfunktion, sondern nur die Feststellung der ungefähren Größe von τ , bei der diese endgültig verschwindet.

2.3.2 Der gütegeschaltete gepulste Festkörperlaser

Im gütegeschalteten Betrieb von gepulsten Festkörperlaser /10/ besteht der zeitliche Amplitudenverlauf der emittierten einzelnen Eigenschwingung i bei geeigneten Betriebsbedingungen aus einem einzigen Puls (Riesenpuls), dessen zeitlicher Verlauf für eine Analyse seiner Kohärenzeigenschaften näherungsweise als gaußförmig angenommen werden kann.

Die Dauer eines solchen Riesenpulses beträgt weniger als 10^{-7} s und ist somit um mehr als 3 Größenordnungen kleiner als die Emissionsdauer des entsprechenden freilaufenden Laseroszillators. Während eines Riesenpulses werden Frequenzverschiebungen nach oben bis über 100 MHz beobachtet (/122/, /130/, /157/).

Für das analytische Signal der i -ten Eigenschwingung des Riesenpulses machen wir den Ansatz

$$V_i(\vec{r}, t) = u_i(\vec{r}) e^{-\frac{(t-t_0)^2}{p^2}} e^{j2\pi(b(t-t_0)^2 + \bar{f}_i(t-t_0))} \quad (203)$$

Die spektrale Leistungsdichte ergibt sich mit (192) als

$$G_{0i}(\vec{r}, f - \vec{f}_i) = \frac{1}{2\epsilon_0} |u_i(\vec{r})|^2 \frac{\pi p^2}{\sqrt{1 + 4\pi^2 b^2 p^2}} e^{-\frac{2\pi^2 p^2 (f - \vec{f}_i)^2}{1 + 4\pi^2 b^2 p^4}} \quad (204)$$

Für den komplexen Kohärenzgrad erhalten wir daraus

$$\gamma_i(\tau) = e^{-\frac{1 + 4\pi^2 b^2 p^2}{2p^2} \tau^2} e^{j2\pi \vec{f}_i \tau} \quad (205)$$

und für die Interferenzkontrastfunktion

$$f_{IK_i}(\tau) = |\gamma_i(\tau)| = e^{-\frac{1 + 4\pi^2 b^2 p^2}{2p^2} \tau^2} \quad (206)$$

Bei Rubinlasern mit Farbstoffgüteschalttechnik im Einschwingungstypbetrieb liegen typische Werte für p bei 25 ns. Setzt man in (206) $b = 0$, d.h. nimmt man einen gaußförmigen Riesenpuls ohne Frequenzverschiebung an, so folgt daraus erst bei $\tau = 35$ ns (entsprechend einer optischen Weglängendifferenz $c\tau$ im Michelson-Interferometer von ca. 10 m) ein Abfall des Interferenzkontrastes auf $\frac{1}{e}$. Tatsächlich beobachtet man diese Werte bei Farbstoffgüteschaltung bereits bei $\tau \approx 5$ ns (entsprechend einer Weglängendifferenz $c\tau$ von ca. 1,2 m) /130/. Diese Diskrepanz kann mit (206) durch eine Frequenzverschiebung von $b \approx 2$ MHz/ns erklärt werden.

Von anderen Gruppen wurden für gütegeschaltete Rubinlaser bei etwa gleichen Pulslängen holographische Kohärenzlängen bis zu 10 m gemessen (/132/, /150/), wie sie aus (206) für $b = 0$ folgen. Die Tatsache, daß hierbei für die Güteschaltung anstelle von Farbstofflösungen ein sättigbares Filter /150/ bzw. ein rotierendes Prisma /132/ verwendet wurden, legt den Schluß nahe, daß die beobachteten Frequenzwanderungen auf schnelle Brechzahländerungen in der Farbstofflösung zurückzuführen sind /182/. Die in (/122/, /130/) vertretene Theorie, wonach die Frequenzwanderung auf die während des Riesenpulses stattfindende schnelle Inversionsänderung des Cr^{3+} -Ensembles und eine damit verbundene Brechzahländerung des Rubins zurückzuführen ist, erscheint uns nicht haltbar, da dieser Mechanismus ja bei jeder Art der Güteschaltung auftritt. Frequenzverschiebungen in der Größenordnung von $b=10$ MHz/ns wurden bei höheren Ausgangsleistungen (> 5 MW) auch bei Rubinlasern mit Rotationsprismen-Güteschaltung beobachtet /133/.

Der dabei festgestellte lineare Zusammenhang zwischen der Frequenzwanderungsgeschwindigkeit b und der Ausgangsleistung wird von den Autoren in diesem Fall als ein nichtlineares optisches Verhalten des Rubinmaterials bei höheren optischen Feldstärken und eine damit verbundene leistungsabhängige Brechzahl interpretiert.

Die Tatsache einer mit wachsender Ausgangsleistung ansteigenden Frequenzwanderungsgeschwindigkeit b bedeutet nach (206) immer kleiner werdende Kohärenzlängen, so daß die Leistung eines für holographische Zwecke einsetzbaren gütegeschalteten Rubinlasers offenbar nach oben begrenzt ist. Bei $b = 10$ MHz/s fällt der Interferenzkontrast nach (206) für $p = 25$ ns bereits bei $\tau \approx 0,9$ ns (entsprechend einer Weglängendifferenz $c\tau$ von ca. 27 cm) auf $\frac{1}{e}$ ab.

Werden beim gütegeschalteten Festkörperlaser keine speziellen Maßnahmen zur axialen und transversalen Schwingungstypenselektion getroffen (spezielle Farbstoffzellen (/128/,/129/), Modenblenden), so schwingt er stets zum Mehrschwingungstypenbetrieb an. Da die optischen Weglängeänderungen des Fabry-Perot-Resonators alle Resonanzfrequenzen in gleicher Weise verschieben, haben alle N Eigenschwingungstypen (gleicher zeitlicher Pulsverlauf bzgl. t_0 nach (203) vorausgesetzt) eine gleichartige spektrale Leistungsdichtefunktion $G_{0i}(\vec{r}, f - \bar{f}_i)$. Wir betrachten wieder nur den einfachen Fall, daß die Abstände der Resonanzmittenfrequenz $\bar{f}_i$ größer als die Breite der Frequenzverschiebung sind. Unter dieser Voraussetzung gilt mit (204) für die spektrale Leistungsdichte des gütegeschalteten Mehrschwingungstypenlasers

$$G(\vec{r}, f) = \frac{1}{2t_D} \sum_{i=1}^N u_i(\vec{r}) \frac{\pi p^2}{\sqrt{1+4\pi^2 b^2 p^4}} e^{-\frac{2\pi^2 p^2 (f - \bar{f}_i)^2}{1+4\pi^2 b^2 p^4}} \quad (207)$$

Für den komplexen Kohärenzgrad folgt

$$\gamma(\tau) = e^{-\frac{1+4\pi^2 b^2 p^4}{2p^2} \tau^2} \sum_{i=1}^N \frac{W_i(\vec{r})}{W(\vec{r})} e^{j2\pi \bar{f}_i \tau} \quad (208)$$

wenn $W_i(\vec{r})$ die vom Detektor pro Flächeneinheit empfangene Energie der i -ten Eigenschwingung ist und

$$\sum_{i=1}^N W_i(\vec{r}) = W(\vec{r})$$

gilt.

Für die Interferenzkontrastfunktion ergibt sich schließlich

$$f_{IK} = \frac{1}{W} e^{-\frac{1+4\pi^2 b^2 p^2}{2p^2}} \left(\sum_{i=1}^N W_i^2 + 2 \sum_{i < k} W_i W_k \cos 2\pi (\mathbf{F}_i - \mathbf{F}_k) \tau \right)^{1/2} \quad (209)$$

Da bei gütegeschalteten Festkörperlaser TEM-Schwingungstypen in einem Frequenzbereich mit einer Breite bis zu mehr als 100 GHz anschwingen können, liegen in (209) die maximalen Frequenzabstände $|\mathbf{F}_i - \mathbf{F}_k|$ in dieser Größenordnung. Dies hat Kohärenzlängen im mm-Bereich zur Folge /134/.

3. Lineare Pulsmeßverfahren

3.0 Vorbemerkung

Besteht ein Signal $V(t)$ in seiner zeitlichen Darstellung aus einem einzelnen Puls oder einer Folge gleichartiger, gleichabständiger Pulse, so erwartet man im Ausgangsfeld eines Michelson-Interferometers Interferenzerscheinungen nur bei Verzögerungszeiten τ , bei denen sich die Pulse der beiden zur Superposition kommenden Wellenfelder $V(t)$ und $V(t-\tau)$ zeitlich überlappen. Der gemessene Interferenzkontrast ist (unter bestimmten Voraussetzungen, welche noch erörtert werden müssen) ein Maß für den Grad der Überlappung. Vollständige Überlappung ist offensichtlich immer bei $\tau = 0$ gegeben und liefert stets $f_{IK} = 1$. Vollständig fehlende Überlappung liefert stets $f_{IK} = 0$. Der Abfall der Interferenzkontrastfunktion f_{IK} von 1 auf 0 (oder einen geeignet zu definierenden Minimalwert) findet in einem Intervall $\Delta\tau$ statt, welches ein Maß für die Pulsdauer sein kann. Die gleiche Überlegung gilt, wenn bei einer regelmäßigen Pulsfolge τ so gewählt ist, daß sich die Pulse des Wellenfeldes $V(t)$ mit jeweils um τ zeitlich verschobenen früheren oder späteren Pulsen des Wellenfeldes $V(t-\tau)$ überlappen. Bei dieser Methode, welche als lineares Puls-längenmeßverfahren bezeichnet wird (/135/,/137/), wird die Bestimmung der Puls-länge eines Signals $V(t)$ also auf die Vermessung dessen Interferenzkontrastfunktion und damit auf Amplitudenkorrelationen zurückgeführt. In Gegensatz dazu stehen die sogenannten nichtlinearen quadratischen Puls-längenmeßverfahren, bei welchen die Bestimmung der Puls-länge auf die Vermessung der Intensitätskorrelationen des Signals $V(t)$ zurückgeführt wird.

Es soll im folgenden untersucht werden, unter welchen Voraussetzungen das lineare Pulsmeßverfahren richtige Ergebnisse liefern kann und in welchem Zusammenhang es mit den nichtlinearen Verfahren steht.

3.1 Zusammenhänge zwischen Puls-längen und Kohärenzzeiten

3.1.1 Einzelpuls

Bei linearen Puls-längenmeßverfahren soll aus der gemessenen Kohärenzzeit τ_K eines Pulses auf seine zeitliche Länge t_p geschlossen werden. Es muß dabei in jedem betrachteten Einzelfall untersucht werden, wie diese beiden Größen in geeigneter Weise zu definieren sind und welche gegenseitige Verknüpfung sich aus dieser Definition ergibt. Die dabei grundsätzlich auftretende Problematik erkennt man wie folgt:

Wir stellen den Puls wieder als quasimonochromatisches analytisches Signal nach (13) in der Form

$$V(t) = a(t) e^{j(\varphi(t) + 2\pi f t)}$$

dar. Die Pulsform wird üblicherweise als zeitlicher Verlauf der Intensität

$$I(t) = c_I V(t) V^*(t) = c_I a^2(t) \quad (210)$$

definiert, hängt also nur von der Funktion $a(t)$ ab. Gemessen wird beim linearen Pulslängenmeßverfahren jedoch die Interferenzkontrastfunktion, welche von der spektralen Leistungsdichte des Signals $V(t)$ und damit sowohl von $a(t)$ als auch von $\varphi(t)$ abhängt. Pulse mit völlig gleichartiger Form nach (210) können deshalb, in Abhängigkeit von ihrer jeweiligen Phasenmodulationsfunktion $\varphi(t)$, einen völlig unterschiedlichen Verlauf ihrer Interferenzkontrastfunktion $f_{IK}(\tau)$ und damit völlig unterschiedliche Kohärenzzeiten τ_K haben.

Dies wurde bereits in Abschnitt 2.3 deutlich, wo der Einfluß einer zeitlinearen Frequenzabwanderung bzw. des daraus folgenden quadratischen Phasenmodulationsterms auf die Kohärenzlänge eines gaußförmigen Pulses diskutiert wurde. Die Messung nur der Interferenzkontrastfunktion eines Pulses kann also grundsätzlich keinen Aufschluß über dessen Form und Länge bringen. Es kann daraus grundsätzlich nur eine untere Schranke der Pulslänge bestimmt werden, weil die Kohärenzzeit immer durch die Pulsdauer nach oben begrenzt ist.

In Zusammenhang mit der in Abschnitt 1.2.6 diskutierten Fourierspektroskopie stellt sich dieser Sachverhalt wie folgt dar:

Die vollständige Vermessung der Interferenzkontrastfunktion eines Pulses ermöglicht nach (46) die Bestimmung seiner spektralen Leistungsdichte und damit nur des Betrages seiner komplexen Spektraldichtefunktion $v(f)$. Diese Information genügt aber nicht, um die Pulsform zu bestimmen, da diese auch wesentlich vom Phasenanteil der Spektraldichtefunktion $v(f)$ abhängt.

Nur in speziellen Fällen kann mit zusätzlicher Information über die Charakteristik des betrachteten Signals von Kohärenzmessungen auf Pulslängen geschlossen werden. Dies ist z.B. dann möglich, wenn für einen bestimmten Laseroszillator der Charakter der Phasenmodulationsfunktion $\varphi(t)$ als grundsätzlich bekannt angenommen wird und eine einfache (z.B. näherungsweise gaußförmige) Pulsform angenommen werden kann. Es kann dann, ähnlich wie in Abschnitt 2.3, der Einfluß der Funktion $\varphi(t)$ auf die Interferenz-

kontrastfunktion berechnet und damit von einer gemessenen Kohärenzlänge auf die tatsächliche Pulslänge zurückgeschlossen werden.

Ist $\varphi(t) \equiv 0$, so bestimmt allein die Amplitudenmodulationsfunktion $a(t)$ die Frequenzbreite Δf des Pulses und damit auch dessen Kohärenzlänge, welche in diesem Fall von der Größenordnung der Pulslänge ist (vgl. Abschnitt 1.2.9). Man spricht in diesem Fall von einem durch die Bandbreite begrenzten Puls (/137/,/138/).

3.1.2 Schwingungstypenkopplung

Wir betrachten einen axialen Mehrschwingungstypen-Laseroszillator, welcher N benachbarte axiale quasimonochromatische TEM-Eigenschwingungstypen i der Form

$$V_i(t) = a_{i0} a(t) e^{j [\varphi_{i0} + \varphi(t) + 2\pi (\bar{f}_i + (i-1)\Delta f_L) t]} \quad (211)$$

emittiert. Dabei ist

$a(t)$ eine während des Beobachtungszeitraumes $2 t_D$ für alle Schwingungstypen gleichartig angenommene, langsam veränderliche Amplitudenfunktion, welche im wesentlichen vom zeitlichen Verlauf der Verstärkung des laseraktiven Mediums bestimmt wird,

a_{i0} die relative Amplitudenhöhe des i -ten Eigenschwingungstyps mit

$$\sum_{i=1}^N a_{i0}^2 = 1 ,$$

φ_{i0} die relative Phase des i -ten Eigenschwingungstyps,

$\varphi(t)$ ein durch optische Weglängeänderungen des Fabry-Perot-Resonators hervorgerufener, für alle Eigenschwingungstypen gleicher Phasenmodulationsterm,

$\bar{f}_i$ die Frequenz des frequenzniedrigsten Eigenschwingungstyps, und

Δf_L der axiale Resonanzfrequenzabstand des Fabry-Perot-Resonators.

Das Gesamtsignal des Laseroszillators ist

$$V(t) = \sum_{i=1}^N V_i(t) \quad (212)$$

und für die Intensität gilt

$$I(t) = c_1 a^2(t) \left(1 + 2 \sum_{k \neq 0} a_{i0} a_{k0} \cos[(\varphi_{i0} - \varphi_{k0}) + (i-k)2\pi \Delta f_L t] \right) \quad (213)$$

Der Klammerausdruck in (213) ist eine Fourierreihe der Grundfrequenz Δf_L . Für statistisch verteilte Phasen φ_{i0} beschreibt er ein periodisches Fluktuieren der Intensität mit relativ niedrigen Leistungsspitzen. Gelingt es jedoch alle Eigenschwingungstypen mit gleicher Phase schwingen zu lassen, d.h.

$$\varphi_{i0} = \varphi_{k0} \quad \text{für } i, k = 1, \dots, N, \quad (214)$$

so spricht man von idealer Schwingungstypenkopplung /137/ und man erhält aus (213)

$$I(t) = c_1 a^2(t) \left(1 + 2 \sum_{i=1}^{N-1} D_i \cos 2\pi i \Delta f_L t \right) \quad (215)$$

mit

$$D_i = \sum_{k=1}^{N-i} a_{k0} a_{(k+i)0} \quad (216)$$

Aus (215) ergeben sich extrem hohe, periodisch mit der Frequenz Δf_L auftretende Leistungsspitzen (vgl. Bild 21)

Für die Interferenzkontrastfunktion des Signals (212) ergibt sich mit (33) und (30)

$$f_{IK}(\tau) = |\gamma(\tau)| = |\gamma_0(\tau)| \left(\sum_{i=1}^N A_i + 2 \sum_{i=1}^{N-1} B_i \cos 2\pi i \Delta f_L \tau \right)^{1/2} \quad (217)$$

wobei

$$A_i = a_{i0}^4; \quad B_i = \sum_{k=1}^{N-i} a_{k0}^2 a_{(k+i)0}^2 \quad (218)$$

gilt und

$$\gamma_0(\tau) = \frac{\int_{-t_D}^{t_D} a(t) a(t-\tau) e^{j[\varphi(t) - \varphi(t-\tau)]} dt}{\int_{-t_D}^{t_D} a^2(t) dt} \quad (219)$$

der komplexe Kohärenzgrad des einzelnen Eigenschwingungstyps ist. Der Ausdruck (217) entspricht dem im Frequenzbereich abgeleiteten äquivalenten Ausdruck (146).

Es ist bemerkenswert, daß die relativen Phasenwinkel φ_{i0} der einzelnen Schwingungstypen, welche nach (213) wesentlich den zeitlichen Verlauf der Signalleistung bestimmen, keinen Einfluß auf den Verlauf der Interferenzkontrastfunktion haben. Dies folgt wieder aus der Tatsache, daß in die Berechnung des komplexen zeitlichen Kohärenzgrades nur der Betrag der Spektraldichtefunktion $v(f)$ des Signals, nicht aber deren frequenzabhängige Phase eingeht. Die Bestimmung der Interferenzkontrastfunktion kann also grundsätzlich keine Information darüber bringen, ob und in welchem Maße Schwingungstypenkopplung vorliegt.

Besteht jedoch aufgrund zusätzlicher Beobachtungen oder aktiver Maßnahmen Gewißheit über das Vorhandensein idealer Schwingungstypenkopplung, so können prinzipiell mit (217) die Größen a_{i0} bestimmt werden, welche dann mit (215) die exakte Berechnung des Pulsierens der Ausgangsleistung ermöglichen.

Dieses Vorgehen ist gleichbedeutend mit einer vollständigen Fourieranalyse des Signals (212), wobei der Betrag der komplexen Spektraldichtefunktion (d.h. die Koeffizienten a_{i0}) durch Fourierspektroskopie bestimmt und der Phasenanteil als bekannt vorausgesetzt wird.

Der Ausdruck (217) erlaubt eine weitere allgemeine Aussage, welche nachfolgend für die Interpretation einiger Kohärenzmessungen an schwingungstypengekoppelten Glas:Nd-Laseroszillatoren herangezogen werden kann.

Ein für alle gekoppelten Schwingungstypen gleicher Phasenmodulationsterm $\varphi(t)$, wie er durch eine optische Weglängeänderung des Fabry-Perot-Resonators während der Laseremission hervorgerufen wird, geht nur in den Faktor $|Y_0(\tau)|$ ein. Stellt man daher bei einer Vermessung der Interferenzkontrastfunktion im Abstand $\Delta\tau = \frac{1}{\Delta f_L}$ zwei in ihrer Höhe nahezu gleiche Maxima

fest, wie sie aus der Fourierreihe in (217) folgen, so kann daraus auf eine entsprechend langsam veränderliche Funktion $|Y_0(\tau)|$ geschlossen werden. Dies weist auf einen fehlenden oder entsprechend kleinen Phasenmodulationsterm $\varphi(t)$ hin. Dieser Sachverhalt wurde bei schwingungstypengekoppelten Glas:Nd-Lasern beobachtet (/135/, /140/). Die gleichzeitig festgestellte Diskrepanz zwischen der (mit Zweiphotonenfluoreszenz gemessenen) zeitlichen Länge eines einzelnen Pulses von $p \approx 6$ ps und dessen Kohärenzzeit (Abfall der Interferenzkontrastfunktion auf $\frac{1}{e}$) $\tau_K \approx 0,8$ ps kann somit nur durch eine Phasenmodulation innerhalb des einzelnen Pulses selbst erklärt werden, wie sie auch mit Methoden der

zeitlich aufgelösten Spektroskopie direkt nachgewiesen werden konnte (/141/, /142/). Eine Gleichartigkeit der Phasenmodulation aller Einzelpulse wurde von Ruiz, Turner und Rabson /140/ bei Kohärenzmessungen mit einem zeitlich auflösenden Interferometer gefunden.

Wir betrachten für eine modellmäßige Beschreibung eines solchen Signals eine Folge gaußförmiger Einzelpulse mit gegenseitigem zeitlichen Abstand $\Delta t = \frac{1}{\Delta f_L}$.

Setzen wir für jeden Puls i in grober Näherung eine zeitlineare Frequenzwanderung /139/ der Form

$$f(t) = \bar{f} + 2b(t-t_i) \quad (220)$$

an, wobei $\bar{f}$ die Frequenz des Signals zur Mittenzeit $t_i = i\Delta t$ eines Pulses ist, so können wir für das analytische Signal nach (13) schreiben

$$v(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} a(t) e^{-\frac{(t-i\Delta t)^2}{p^2}} e^{j2\pi \{i\Delta f_0 + b(t-i\Delta t)^2 + \bar{f}(t-i\Delta t)\}} \quad (221)$$

Die reelle Zeitfunktion $a(t)$ ist durch die Hüllkurve des (endlichen) Pulszuges bestimmt und begrenzt in (221) die Summation.

Mit $p \ll \Delta t$ und der praktisch begründeten Annahme, daß $a(t)$ für die Dauer eines Einzelpulses nahezu konstant bleibt, kann aus (221) die Interferenzkontrastfunktion

$$f_{IK}(\tau) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} A(\tau) e^{-\frac{1+4\pi^2 b^2 p^4}{2p^2} (\tau-i\Delta t)^2} \quad (222)$$

mit

$$A(\tau) = \frac{\sum_{i=-\infty}^{\infty} a(i\Delta t) a(i\Delta t - \tau)}{\sum_{i=-\infty}^{\infty} a^2(i\Delta t)} \quad (223)$$

berechnet werden.

Durch (222) wird ein mit $\Delta t = \Delta t$ periodischer Verlauf des Interferenzkontrastes beschrieben. Die Breite der einzelnen gaußförmigen Maxima nimmt dabei für wachsendes b ab.

Die von Ruiz et.al. /140/ bei einer Pulslänge $p \approx 6$ ps gemessene Pulskohärenzzeit $\tau_K \approx 0,8$ ps (Abfall des Interferenzkontrastes von 1 auf $\frac{1}{e}$) ergibt

sich nach (222) für $b \approx 50$ GHz/ps.

Dies bedeutet, daß jeder Puls während seiner Dauer von 6 ps eine Frequenzverschiebung von ungefähr 300 GHz erfährt. Dieser Wert befindet sich, gemessen an der Einfachheit unseres Modells, in guter Übereinstimmung mit der für den betrachteten Pulszug gemessenen spektralen Breite von ungefähr 450 GHz.

3.2 Zusammenhang zwischen den Meßgrößen linearer und quadratischer Pulslängenmeßverfahren

3.2.1 Einzelpulsmessungen

Die Problematik linearer Pulslängenmeßverfahren bei der Vermessung phasenmodulierter Pulse wurde in Abschnitt 3.1 diskutiert. Es soll nun untersucht werden, wie bei Pulsen ohne Phasenmodulation die mit einem linearen und mit einem nichtlinearen (quadratischen) Meßverfahren gewonnenen Meßgrößen des gleichen Signals $V(t)$ zusammenhängen.

Die linearen Meßverfahren liefern als Meßgröße die Interferenzkontrastfunktion

$$f_{IK}(\tau) = |\gamma(\tau)| = \left| \frac{\int_{-t_D}^{t_D} V(t) V^*(t-\tau) dt}{\int_{-t_D}^{t_D} V(t) V^*(t) dt} \right| \quad (224)$$

bzw.

$$f_{IK}(\tau) = \left| \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |v_1(f)|^2 e^{j2\pi f \tau} df}{\int_{-\infty}^{\infty} |v_1(f)|^2 df} \right| \quad (225)$$

mit

$$v_1(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{Re}\{V(t)\} e^{-j2\pi f t} dt \quad (226)$$

Die quadratischen Meßverfahren (Frequenzverdopplung /138/, Zweiphotonenfluoreszenz /138/) liefern als Meßgröße eine normierte Intensitätskorrelationsfunktion

$$\gamma_I(\tau) = \frac{\int_{-t_D}^{t_D} V(t) V^*(t) V(t-\tau) V^*(t-\tau) dt}{\int_{-t_D}^{t_D} V(t) V^*(t) dt} \quad (227)$$

Die auf den Beobachtungszeitraum $2 t_D$ begrenzte reelle Funktion $V(t)V^*(t)$ kann mit einer Spektraldichtefunktion

$$v_2(f) = \int_{-t_D}^{t_D} V(t) V^*(t) e^{-j2\pi f t} dt \quad (228)$$

als Fourierintegral in der Form

$$V(t) V^*(t) = \int_{-\infty}^{\infty} v_2(f) e^{j2\pi f t} df \quad (229)$$

dargestellt werden. Mit dem Faltungstheorem für Fouriertransformationen und dem Parsevalschen Theorem folgt aus (227) und (228)

$$\gamma_I(\tau) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |v_2(f)|^2 e^{j2\pi f \tau} df}{\int_{-\infty}^{\infty} |v_2(f)|^2 df} \quad (230)$$

Da die vom gleichen Signal $V(t)$ abgeleiteten Spektraldichtefunktionen $v_1(f)$ und $v_2(f)$ aufgrund ihrer Definition (226) bzw. (228) stets unterschiedlich sind, haben auch die Meßkurven $f_{IK}(\tau)$ und $\gamma_I(\tau)$ stets einen unterschiedlichen Verlauf. Einen Zusammenhang zwischen diesen beiden Funktionen können wir am wichtigen Beispiel eines gaußförmigen Pulses (ohne Phasenmodulation)

$$V(t) = a e^{-\frac{(t-t_0)^2}{p^2}} e^{j2\pi f(t-t_0)} \quad (231)$$

finden, für welchen sich mit (224) bzw. (227)

$$f_{IK}(\tau) = e^{-\frac{\tau^2}{2p^2}} \quad (232)$$

bzw.

$$\gamma_I(\tau) = e^{-\frac{\tau^2}{p^2}} \quad (233)$$

ergibt. In diesem Fall sind also das Quadrat der Interferenzkontrastfunktion $f_{IK}(\tau)$ und die Intensitätskorrelationsfunktion $\gamma_I(\tau)$ identisch, so daß bei Betrachtung dieser beiden Größen lineare und quadratische Pulsängenmeßverfahren gleiche Ergebnisse liefern. Die Pulsform $I(t) = c_I V(t)V^*(t)$ ergibt sich hier darüberhinaus exakt aus dem Quadrat der Funktion γ_I . Geht man also davon aus, daß die bei Laseroszillatoren auftretenden Pulse in für alle praktischen Belange ausreichender Näherung gaußförmig approximiert werden können, so ist beim Vergleich des quadratischen mit dem linearen Pulsmeßverfahren $f_{IK}^2(\tau)$ die relevante Meßgröße. Diese Tatsache ist in der Literatur bei der Diskussion entsprechender experimenteller Ergebnisse bislang nicht berücksichtigt worden (/135/,/136/,/137/).

3.2.2 Schwingungstypenkopplungsbetrieb

Nach (217) lautet das Quadrat der Interferenzkontrastfunktion des Signals (212) unabhängig von den Phasen φ_{i0} stets

$$f_{IK}^2(\tau) = |\gamma_0(\tau)|^2 \left(\sum_{i=1}^N A_i + 2 \sum_{i=1}^{N-1} B_i \cos 2\pi i \Delta f_L \tau \right) \quad (234)$$

mit

$$A_i = a_{i0}^4; \quad B_i = \sum_{k=1}^{N-1} a_{k0}^2 a_{(k+i)0}^2 \quad (235)$$

Bei idealer Schwingungstypenkopplung ergibt sich andererseits für die Intensitätskorrelationsfunktion des gleichen Signals nach (227)

$$\gamma_I(\tau) = \gamma_{I0}(\tau) \left(1 + 2 \sum_{i=1}^{N-1} C_i \cos 2\pi i \Delta f_L \tau \right) \quad (236)$$

mit

$$C_i = \left(\sum_{k=1}^{N-i} a_{k0} a_{(k+i)0} \right)^2 \quad (237)$$

und

$$\gamma_{I0}(\tau) = \frac{\int_{-t_D}^{t_D} a^2(t) a^2(t-\tau) dt}{\int_{-t_D}^{t_D} a^4(t) dt \left(1 + 2 \sum_{i=1}^{N-1} C_i \right)} \quad (238)$$

Da $|\gamma_0(\tau)|$ und $\gamma_{I0}(\tau)$ nur sehr langsam veränderliche Funktionen in τ sind, wird die Struktur der Funktionen $f_{IK}^2(\tau)$ und $\gamma_I(\tau)$ im wesentlichen durch die Klammerausdrücke, welche Fourierreihen der Grundfrequenz Δf_L darstellen, bestimmt.

Da sich die Fourierkoeffizienten B_i bzw. C_i nach (235) bzw. (237) in völlig unterschiedlicher Weise aus den Amplitudenkoeffizienten a_{i0} aufbauen, haben die beiden Funktionen stets einen verschiedenartigen Verlauf, so daß in diesem Fall das lineare und das quadratische Pulsmeßverfahren nie exakt übereinstimmende Ergebnisse liefern können.

3.3 Numerische Ergebnisse

Zur beispielhafter Untersuchung der sich nach dem linearen und quadratischen Puls längermeßverfahren im Falle der idealen Schwingungstypenkopplung ergebenden Differenzen wurden die Funktionen $I(t)$, $f_{IK}(\tau)$, $f_{IK}^2(\tau)$, $f_{IK}^4(\tau)$, $\gamma_I(\tau)$ und $\gamma_I^2(\tau)$ nach (215), (217) und (236) für einen speziellen Fall numerisch berechnet. Den Berechnungen wurde ein He:Ne-Laser mit Resonatorlänge $L = 92$ cm, Spiegelkrümmungsradien $R_1 = R_2 = 70$ cm und einem axialen Resonanzfrequenzabstand $\Delta f_L = \frac{c}{2L} \approx 163$ MHz zugrundegelegt. Die relativen Intensitäten der axialen Schwingungstypen wurden nach (189) mit Verlustgeraden (187) unterschiedlicher Höhe ℓ und der im Bild angegebenen Position des axialen Resonanzfrequenzsystems unter dem Verstärkungsprofil berechnet.

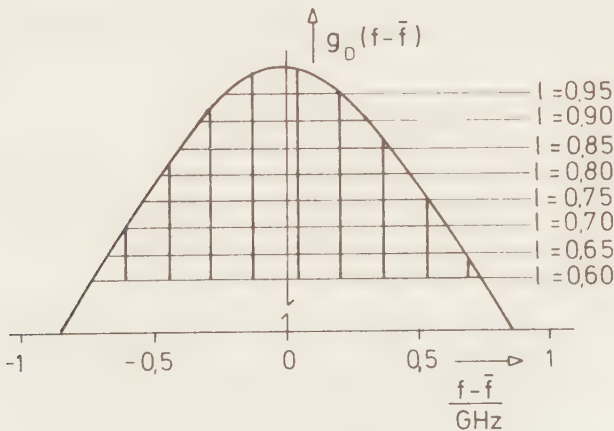


Bild 20: Doppler-Verstärkungsprofil des He:Ne-Lasers mit axialem Resonanzfrequenzsystem und verschiedenen Höhen ℓ der Verlustgeraden

$$g_D(f - \bar{f}) = \ell .$$

Der Verlauf der entsprechenden Kurven ist in den Bildern 21 bis 26 dargestellt. Die Abszisse ist in Bild 21 in Einheiten von $\Delta f_L t$, in Bild 22 bis Bild 26 in Einheiten von $\Delta f_L \tau$ beschriftet, wobei im vorliegenden Beispiel eine solche Einheit einer Lichtweglänge von $2L = 184$ cm entspricht.

Als Kriterium für den Vergleich der Kurven wird die Halbwertsbreite (gesamte Breite Δt bzw. $\Delta \tau$ der Hauptmaxima bei den Punkten des halben Maximalwertes) gewählt. Wir setzen dabei für jeden Parameter λ (vgl. Bild 20) die Halbwertsbreite $B(I)$ der Intensitätsmaxima nach Bild 21 gleich 1 und beziehen darauf die entsprechenden Halbwertsbreiten $B(\gamma_I^2)$, $B(\gamma_I)$, $B(f_{IK}^4)$, $B(f_{IK}^2)$, $B(f_{IK})$ der Maxima der Funktionen γ_I^2 , γ_I , f_{IK}^4 , f_{IK}^2 und f_{IK} . Die so numerisch ermittelten Werte sind in Tabelle 2 zusammengestellt.

Tabelle 2

λ	$B(I)$	$B(\gamma_I^2)$	$B(\gamma_I)$	$B(f_{IK}^4)$	$B(f_{IK}^2)$	$B(f_{IK})$
0,6	1	0,95	1,36	0,82	1,15	1,56
0,65	1	0,94	1,35	0,82	1,13	1,54
0,7	1	0,97	1,34	0,85	1,15	1,60
0,75	1	0,96	1,33	0,81	1,14	1,54
0,8	1	0,96	1,32	0,81	1,13	1,56
0,85	1	0,94	1,32	0,79	1,11	1,54
0,9	1	0,95	1,33	0,78	1,10	1,51
0,95	1	0,98	1,37	0,86	1,19	1,65

Man sieht, daß die für die gleiche Pulsfolge ermittelten Korrelationsfunktionen des linearen und des quadratischen Pulsmeßverfahrens deutlich voneinander abweichen. Die beim gaußschen Puls gefundene Übereinstimmung zwischen $\gamma_I(\tau)$ und $f_{IK}^2(\tau)$ einerseits und $\gamma_I^2(\tau)$ und $I(t)$ andererseits ist in diesem Beispiel nicht gegeben.

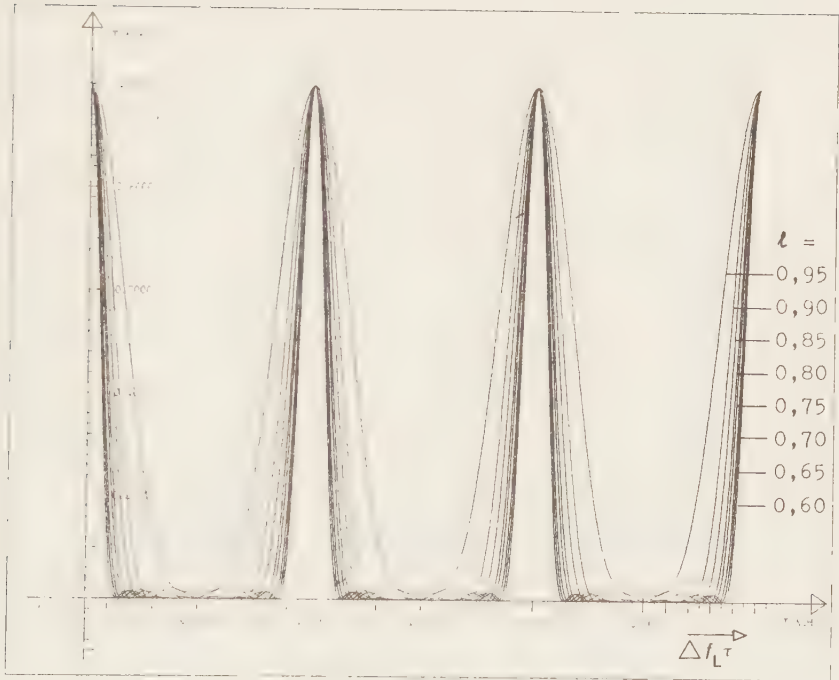


Bild 21: Zeitlicher Verlauf der normierten Intensität $I_N = I(t)/I_{\max}(t)$ eines He:Ne-Laseroszillators mit idealer Schwingungstypenkopplung nach (215). Die Halbwertsbreite der Intensitätshauptmaxima nimmt bei Anhebung der Verlustgeraden $g_D(f-\bar{f}) = \ell$ (Bild 20) zu ($\ell=0,6; 0,65; 0,70; 0,75; 0,80; 0,85; 0,90; 0,95$).

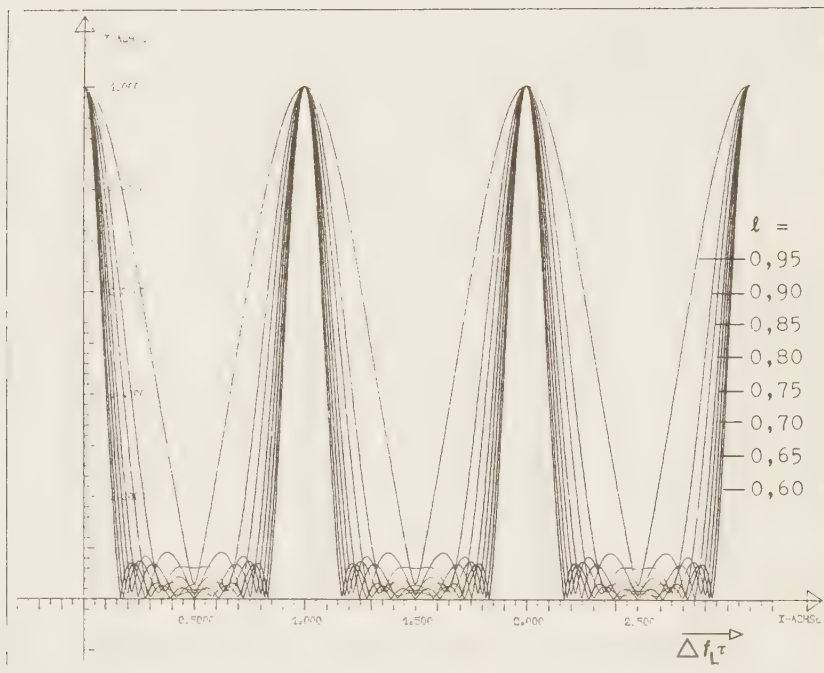


Bild 22: Verlauf der Amplitudenkorrelationsfunktion $f_{IK}(r)$ (Interferenzkontrastfunktion) eines He:Ne-Laserszillators mit idealer Schwingungstypenkopplung nach (217). Die Halbwertsbreite der Hauptmaxima nimmt bei Anhebung der Verlustgeraden

$$g_D(f-\bar{f}) = l \quad (\text{Bild 20}) \text{ zu}$$

($l=0,6; 0,65; 0,70; 0,75; 0,80; 0,85; 0,90; 0,95$).

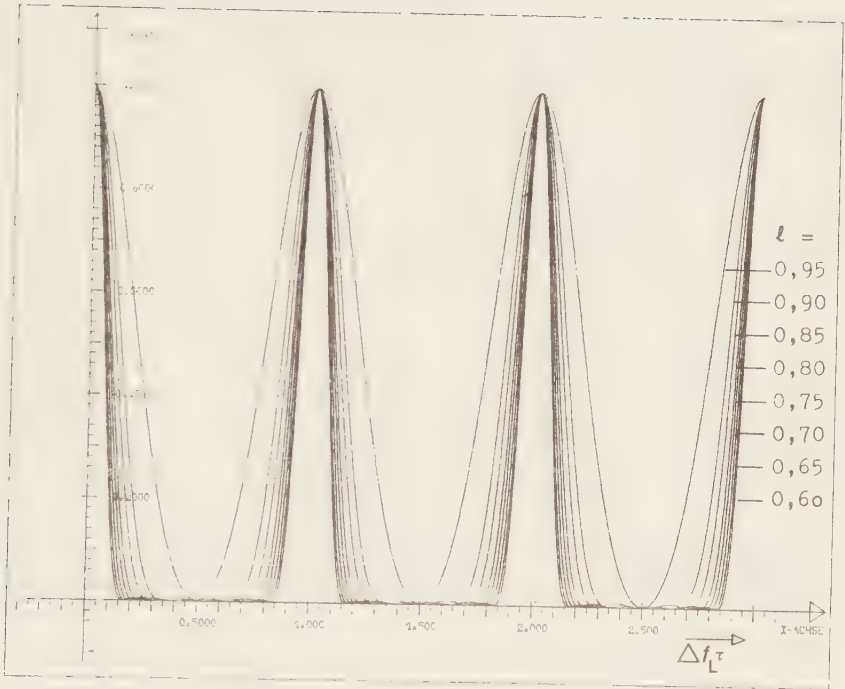


Bild 23: Verlauf der Amplitudenkorrelationsfunktion $f_{IK}^2(\tau)$ eines He:Ne-Laseroszillators mit idealer Schwingungstypenkopplung nach (217). Die Halbwertsbreite der Hauptmaxima nimmt bei Anhebung der Verlustgeraden $g_D(f-\bar{f}) = \ell$ (Bild 20) zu ($\ell=0,6; 0,65; 0,70; 0,75; 0,80; 0,85; 0,90; 0,95$).

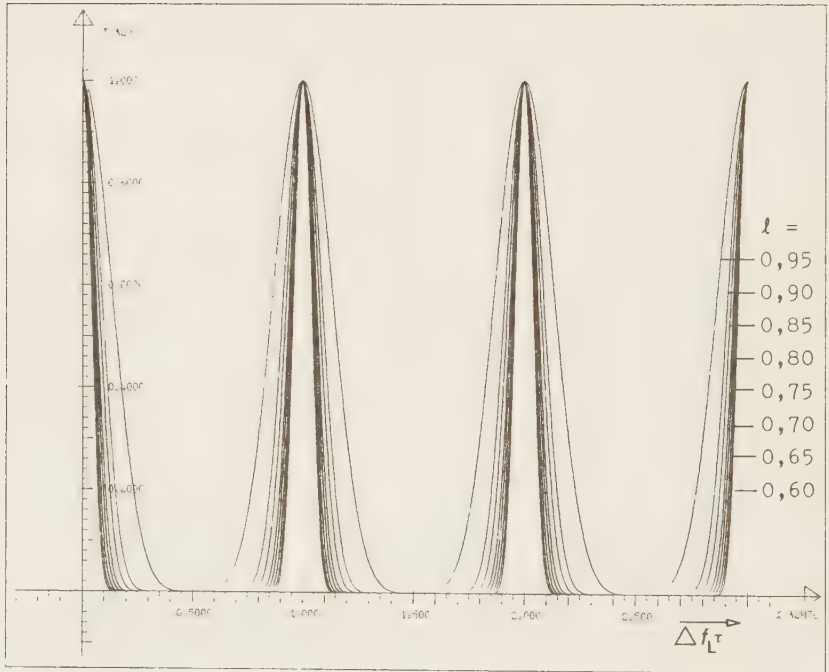


Bild 24: Verlauf der Amplitudenkorrelationsfunktion $f_{IK}^4(\tau)$ eines He:Ne-Laserszillators mit idealer Schwingungstypenkopplung nach (217). Die Halbwertsbreite der Hauptmaxima nimmt bei Anhebung der Verlustgeraden $g_D(f-\bar{f}) = l$ (Bild 20) zu ($l=0,6; 0,65; 0,70; 0,75; 0,80; 0,85; 0,90; 0,95$)

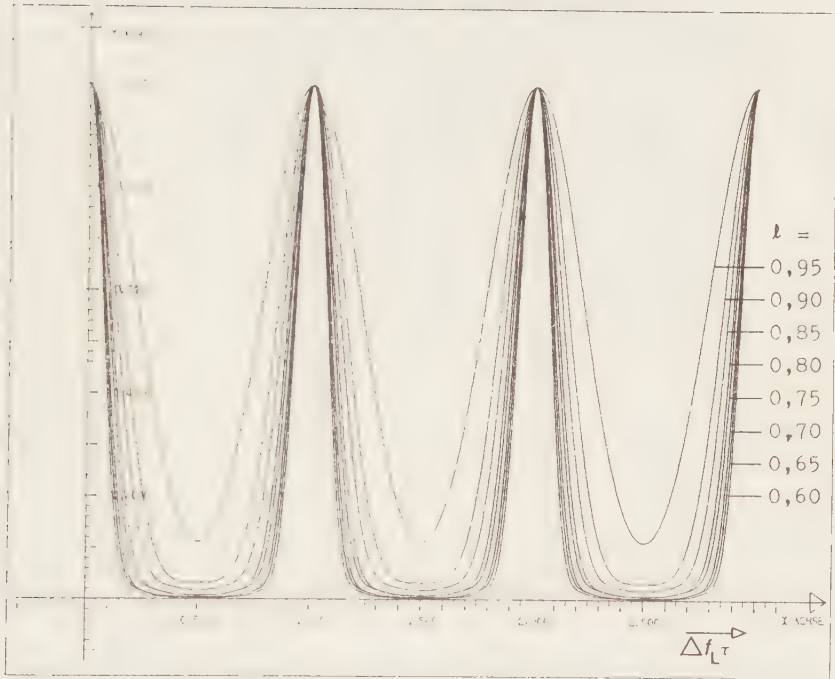


Bild 25: Verlauf der Intensitätskorrelationsfunktion $\gamma_I(\tau)$ eines He:Ne-Laseroszillators mit idealer Schwingungstypenkopplung nach (236). Die Halbwertbreite der Hauptmaxima nimmt bei Anhebung der Verlustgeraden $g_D(f-\bar{f}) = \lambda$ (Bild 20) zu ($\lambda=0,6; 0,65; 0,70; 0,75; 0,80; 0,85; 0,90; 0,95$)

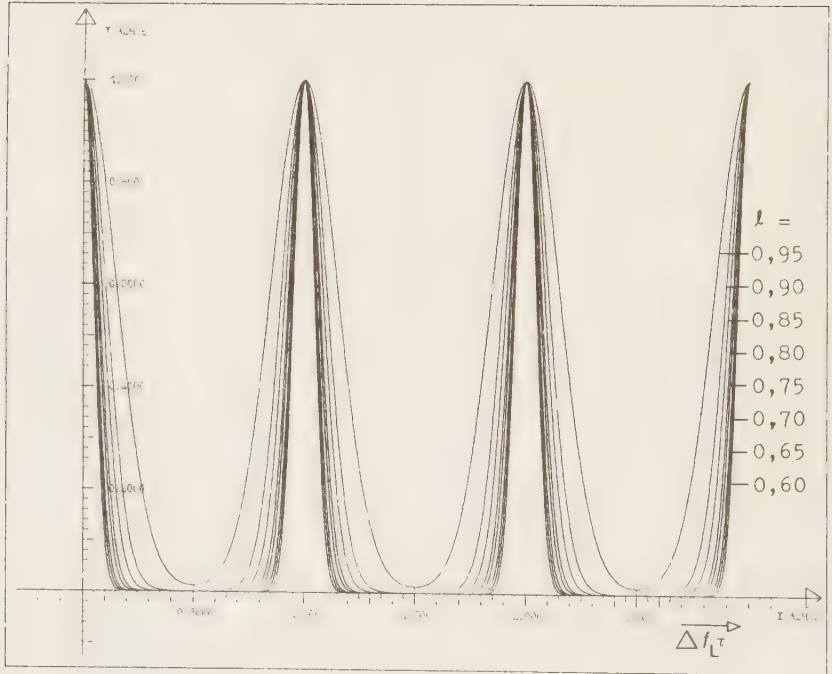


Bild 26: Verlauf der Intensitätskorrelationsfunktion $Y_I^2(\tau)$ eines He:Ne-Laseroszillators mit idealer Schwingungstypenkopplung nach (236). Die Halbwertsbreite der Hauptmaxima nimmt bei Anhebung der Verlustgeraden $g_D(f-\bar{f}) = \lambda$ (Bild 20) zu ($\lambda=0,6; 0,65; 0,70; 0,75; 0,80; 0,85; 0,90; 0,95$)

3.4 Vergleich der numerischen mit experimentellen Ergebnissen

Zum Vergleich der vorausgehend dargestellten numerischen Ergebnisse mit experimentell ermittelten Werten wurde der den Berechnungen zugrunde gelegte Laser realisiert (Spindler & Hoyer Modell 500 N, $R_1 = R_2 = 70$ cm, $L = 92$ cm) und zur Selbstschwingungstypenkopplung gebracht (/143/). Die Vermessung der Interferenzkontrastfunktion mit dem im Anhang beschriebenen Michelson-Interferometer ließ nach dem in Abschnitt 2.2.4 beschriebenen Verfahren in Zusammenhang mit den in Bild 22 dargestellten Interferenzkontrastkurven eine näherungsweise Bestimmung der Verlustgeraden mit $\ell = 0,9$ zu. In Bild 27 sind einige experimentell bestimmte Werte des Interferenzkontrastes in den entsprechenden Kurvenverlauf nach Bild 22 eingetragen.

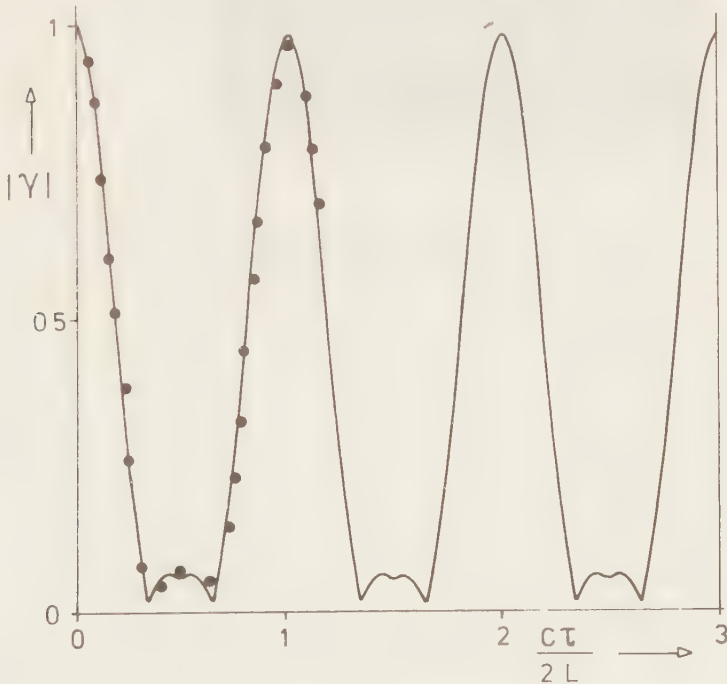


Bild 27: Für $\ell = 0,9$ (vgl. Bild 20) berechneter und experimentell ermittelter Verlauf der Interferenzkontrastfunktion eines He:Ne-Lasers mit Selbstschwingungstypenkopplung. Die Übereinstimmung läßt eine Festlegung der Verlustgeraden auf $\ell \approx 0,9$ zu.

Für die Intensitätsspitzen des Signals ergibt sich für $\lambda = 0,9$ aus Bild 21 eine Halbwertsbreite $B(I) = 1,65 \text{ ns}$.

Das Ausgangssignal des Lasers wurde gleichzeitig mit einer schnellen Fotodiode aufgenommen und mit einem Abtastoszillographen dargestellt (Bild 28a).

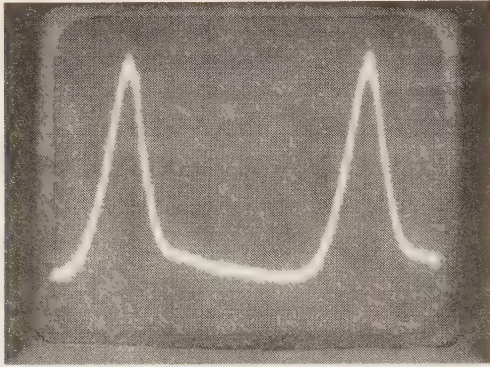


Bild 28a: Oszillographische Darstellung des Signals eines He:Ne-Laser-
oszillators mit Selbstschwingungstypenkopplung

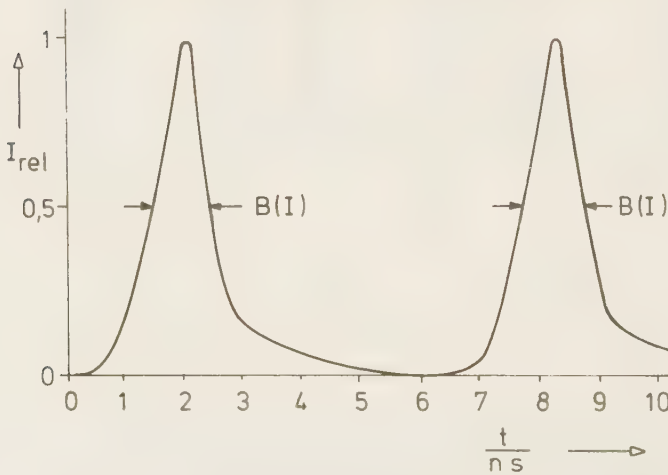


Bild 28b: Zur Definition der Halbwertsbreite der in Bild 28a dargestellten
Intensitätsspitzen

Man entnimmt dem Oszillogramm eine ungefähre Halbwertsbreite der Intensitätsspitzen von $B(I) = 1 \text{ ns}$ (Bild 28b).

Diese Diskrepanz kann in diesem Fall nur durch eine fehlerhafte elektronische Darstellung des Signals erklärt werden, da die Pulse niemals schmaler sein können als ihre durch die spektrale Bandbreite begrenzte Breite, welche durch die interferometrische Messung bestimmt wurde.

Hier hat sich also das lineare Pulslängenmeßverfahren gegenüber der direkten elektronischen Messung als wertvolle Kontrollmessung erwiesen. Die elektronische Darstellung selbst war jedoch zum qualitativen Nachweis des schwingungstypengekoppelten Betriebszustandes und damit zur ReCHFertigung einer Anwendung des linearen Pulslängenmeßverfahrens unentbehrlich.

4. Ein holographisches Verfahren zur Vermessung der zeitlichen Kohärenz nichtrepetierlicher Laserimpulse

4.0 Vorbemerkung

Da definitionsgemäß die Kohärenzeigenschaften 2. Ordnung ein Maß für die Fähigkeit eines Wellenfeldes sind, durch Amplitudensuperposition stationäre Interferenzstrukturen auszubilden, gehen die entsprechenden Kohärenzmeßverfahren mit wenigen Ausnahmen (Hanbury Brown und Twiss (/144/,/145/,/146/)) von der gezielten Erzeugung und Vermessung solcher Interferenzen aus (/147/,/ 1 /).

Auch bei den bislang publizierten Arbeiten über Kohärenzmessungen an Laseroszillatoren nehmen die eingangs beschriebenen, auf Young bzw. Michelson zurückgehenden Interferenzanordnungen mit geringfügigen Modifikationen einen breiten Raum ein (/82/,/95/,/98/,/101/,/104/). Ein erheblicher Nachteil dieser Verfahren liegt dabei in der Tatsache begründet, daß zu einem gegebenen Zeitpunkt jeweils nur ein, bestenfalls nur einige wenige Interferenzkontrastwerte bestimmt werden können. Der Grund dafür ist zum einen, daß für die Darstellung makroskopisch beobachtbarer und vermeßbarer Interferenzstreifensysteme grundsätzlich nur kleine räumliche Bereiche des Wellenfeldes zur Superposition gebracht werden können, zum anderen die praktisch begrenzte Zahl gleichzeitig messender Detektoren. Der räumliche und zeitliche Verlauf der Interferenzkontrastfunktion kann also nur durch viele, im zeitlichen Nacheinander stattfindende Einzelmessungen gewonnen werden.

Bei optischen Wellenfeldern mit stationären Eigenschaften führt ein solches Vorgehen bei genügend langen Beobachtungszeiten $2 t_D$ zu reproduzierbaren Interferenzkontrastwerten und damit zu einer für die Lichtquelle charakteristischen Interferenzkontrastfunktion. In diesem Falle besteht der Nachteil des Verfahrens also lediglich in der Vielzahl der nötigen Einzelmessungen.

Anders ist es bei Laseroszillatoren, auf die das Konzept eines stationären Signals im allgemeinen nicht angewendet werden kann. Für den Dauerstrichlaser wird die Problematik am Beispiel der in Bild 11 dargestellten Frequenzwanderung eines He:Ne-Lasers deutlich. Würde man etwa kurz nach dem Einschalten mit dem Vermessen dessen zeitlicher Interferenzkontrastfunktion $f_{IK}(\tau)$ beginnen, so änderte sich zwischen den Messungen ständig die Frequenzwanderungsgeschwindigkeit 2b. Bei vorgegebener fester Beobachtungszeit $2 t_D$ (Mittelungszeit des Detektors)

ergäben die nacheinander für verschiedene τ ermittelten Interferenzkontrastwerte keinen charakteristischen Verlauf nach (151), dessen Kenntnis z.B. für die Durchführung eines interferometrischen Experiments von Interesse sein kann.

Ähnlich ist es bei gepulsten Lasern, wo für die Bestimmung eines jeden Interferenzkontrastwertes ein neuer Puls ausgelöst werden muß, welcher in seinen Kohärenzeigenschaften deutlich von seinem Vorgänger abweichen kann. Die aus Messungen an verschiedenen Einzelpulsen gewonnene Interferenzkontrastfunktion kann somit keinen zuverlässigen Aufschluß über die Kohärenzeigenschaften des einzelnen Pulses geben.

Einen Ausweg aus dieser Situation eröffnete die Holographie. Bei einer holographischen Aufnahme wird jeweils eine relativ große Mannigfaltigkeit von räumlich-zeitlichen Amplitudenkorrelationen zwischen Referenzwellenfeld und dem aus diesem durch Amplitudenteilung gewonnenen Bildwellenfeld registriert. Unter geeigneten Bedingungen (intensitätslineare photochemische Modulation der Emulsionsschicht) ist z.B. bei einem Transmissionshologramm die Intensität der holographisch rekonstruierten Welle eines Objektpunktes dem Quadrat des bei der Aufnahme vorhandenen Interferenzkontrastes proportional (/11/,/148/). Ein Hologramm kann somit als simultane Aufzeichnung der räumlich-zeitlichen Kohärenzeigenschaften 2. Ordnung eines durch die Aufnahmeanordnung bestimmten Teilbereichs des Wellenfeldes der Aufnahmelichtquelle betrachtet werden.

Von dieser Tatsache wurde bei einer Reihe von holographischen Untersuchungen der räumlichen und zeitlichen Kohärenzeigenschaften von Laseroszillatoren Gebrauch gemacht (/132/,/149/,/150/,/151/,/152/,/153/,/154/,/155/,/156/,/157/,/158/,/159/,/160/,/161/).

Die räumliche Struktur des Aufnahmeobjekts und die daraus im einzelnen folgenden Lichtwegdifferenzen bestimmen dabei den räumlich-zeitlichen Bereich des Wellenfeldes, von dem durch die Belichtung der Hologrammemulsion Amplitudenkorrelationen 2. Ordnung aufgezeichnet werden.

Wir stellen im folgenden die grundlegenden Gedanken und die experimentelle Realisierung eines neuartigen holographischen Verfahrens zur Vermessung der zeitlichen Kohärenzeigenschaften von optischen Wellenfeldern vor, welches sich insbesondere zur Untersuchung gepulster Laseroszillatoren eignet. Im Gegensatz zu den bisher publizierten Verfahren beruht es auf der Lippmannschen Technik zur Aufzeichnung stehender optischer Wellen /163/ und besitzt einige, im Anschluß an die folgende Darstellung zu diskutierende Vorteile.

4.1 Messung der zeitlichen Kohärenz durch photographische Aufzeichnung stehender Lichtwellen

Im Michelsonschen Interferometer wird vor Superposition der beiden durch Amplitudenteilung gewonnenen Teilwellen eine feste Laufzeitdifferenz τ eingestellt. Da die beiden interferierenden Teilwellen mit nahezu parallelen Wellenzahlvektoren $\vec{k}_1, \vec{k}_2$ (Bild 2) laufen, ergeben sich im Interferenzfeld selbst nur kleine zusätzliche Laufzeitdifferenzen $\Delta\tau$. Ist N die Zahl der beobachtbaren benachbarten Interferenzmaxima, so gilt

$$\Delta\tau \leq N \cdot \frac{\lambda}{c} \quad (239)$$

Selbst bei Darstellung von 1000 Interferenzstreifen erhält man also erst Lichtwegvariationen im Submillimeterbereich.

Bei einer festen Interferometereinstellung ist also immer nur ein sehr kleiner, bei Laseroszillatoren im wesentlichen konstanter Bereich der Interferenzkontrastfunktion beobachtbar.

Anders ist es, wenn man nach Bild 29 die beiden Teilwellen mit nahezu antiparallelen Wellenzahlvektoren $\vec{k}_1 \approx -\vec{k}_2$ zur Überlagerung bringt.

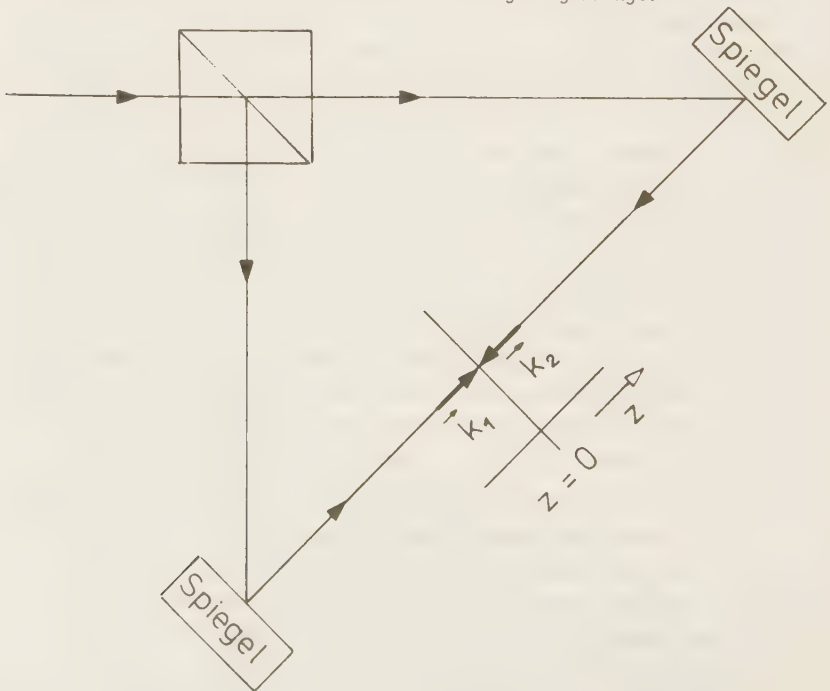


Bild 29: Experimentelle Anordnung zur Erzeugung eines stehenden optischen Wellenfeldes

Sind die Lichtwege bzgl. $z = 0$ symmetrisch, so kommen in Ebenen senkrecht zur z -Achse die Wellenfeldamplituden mit jeweils gleicher transversaler Koordinate aber gegenseitiger Verzögerung

$$\tau = 2 \frac{z}{c} \quad (240)$$

zur Superposition. Es sind also längs der z -Achse alle rein zeitlichen Feldamplitudenkorrelationen beobachtbar.

Die Ermittlung des dabei jeweils entstehenden Interferenzkontrastes erfordert nach (55) die Vermessung zweier benachbarter Intensitätsextrema, welche hier im Abstand einer Viertelwellenlänge als Knoten und Bäuche einer stehenden Lichtwelle in Erscheinung treten.

Die historisch erstmalige Aufzeichnung einer solchen stehenden Lichtwelle gelang Wiener /178/ durch Belichtung einer in den Strahlengang gestellten Glasplatte mit extrem dünner ($\frac{\lambda}{30}$) photographischer Emulsion. Zur Erzeugung einer direkt beobachtbaren, der lokalen Lichtintensität proportionalen Schwärzungsstruktur muß die photographische Platte nach Bild 30 fast senkrecht zur Lichtausbreitungsrichtung gestellt werden, damit benachbarte Intensitätsextrema die Emulsionsschicht in genügend großem Abstand

$$h = \frac{\lambda}{4 \cos \epsilon} \quad (241)$$

schneiden.

Diese Forderung bedeutet aber wiederum, daß bei praktisch realisierbaren Abmessungen der experimentellen Anordnung ähnlich wie beim Michelson-Interferometer auf einer Photoplatte keine relevante Variation der Lichtwegdifferenz Δr entsteht.

Das klassische Wienersche Verfahren wurde trotzdem in einigen Arbeiten (/173/, /174/, /175/) zur Vermessung der zeitlichen Kohärenz der Rubinlaseremission wiederentdeckt und experimentell untersucht. Die dabei erhaltenen Interferenzkontrastkurven bestehen aber wiederum nur aus den mit vielen Einzelmessungen an verschiedenen Pulsen gewonnenen Mittelwerten, so daß bei dem so angewandten Verfahren kein prinzipieller Vorteil gegenüber dem Michelson-Interferometer zu erkennen ist.

Grundlegend anders ist es, wenn die Photoplatte mit kleinem Winkel ϵ fast parallel zur Achse gestellt werden kann. In diesem Fall werden von der Emulsion Feldkorrelationen mit einer Lichtwegdifferenz bis nahezu zur doppelten Plattenbreite aufgezeichnet, so daß die simultane Erfassung der Interferenzkontrastfunktion $f_{IK}(\tau)$ in einem relativ

großen Bereich von τ möglich wird. Im Gegensatz zum Wienerschen Verfahren stellt die auf diese Weise aufzunehmende stehende Lichtwelle extrem hohe Anforderungen an das räumliche Auflösungsvermögen der Photoplatte, da jetzt benachbarte Intensitätsextrema in der Emulsion im Abstand $d \approx \frac{\lambda}{4}$ auftreten. Die damit verbundenen photochemischen Veränderungen entsprechend hoher Raumfrequenz sind darüberhinaus selbst mikroskopisch nicht mehr direkt beobachtbar, so daß man auf eine indirekte Darstellung und Vermessung des aufgezeichneten Interferenzkontrastes angewiesen ist.

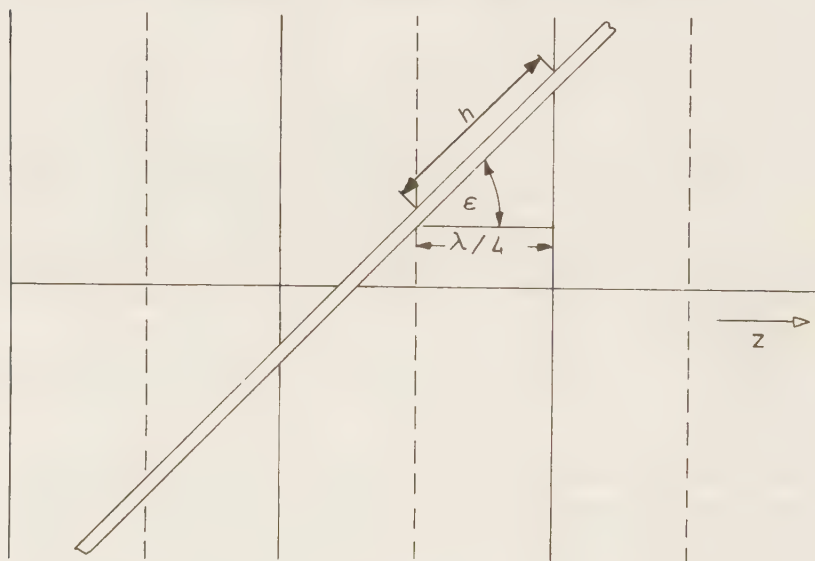


Bild 30: Anordnung einer dünnen photographischen Emulsionsschicht in einer stehenden Lichtwelle zum Nachweis der im Abstand $\frac{\lambda}{4}$ auftretenden Ebenen maximaler und minimaler elektrischer Feldstärke.

4.2 Aufnahmeverfahren

4.2.1 Grundlagen

Das für die photographische Registrierung einer stehenden Lichtwelle in der vorausgehend beschriebenen Weise erforderliche Auflösungsvermögen findet man nur bei höchstauflösendem Holographieaufnahmемaterial. Für die handelsüblichen Hologrammplatten vom Typ 8E75 (Agfa-Gevaert) wird vom Hersteller ein Auflösungsvermögen von 3000 Linien pro Millimeter angegeben (/162/). Da die stehende Lichtwelle im Abstand $\frac{\lambda}{2}$ Ebenen maximaler Intensität besitzt, ergibt sich (zusammen mit der zu größeren Wellenlängen hier endenden Empfindlichkeit der Emulsion) eine Realisierbarkeit des Verfahrens im Wellenlängenbereich $600 \text{ nm} \leq \lambda \leq 750 \text{ nm}$. Es ist somit auf die Untersuchung der Rubinlaseremission bei $\lambda = 694 \text{ nm}$ anwendbar.

Im Gegensatz zum Wienerschen Aufnahmемaterial ist die Dicke der Emulsionsschicht des holographischen Aufnahmемaterials mit 7μ groß gegenüber Lichtwellenlängen. Bringt man eine solche, auf eine Glasplatte aufgebraachte Schicht in den Strahlengang der stehenden Welle, so bildet sich in ihr nach Bild 31 ein System paralleler Ebenen mit der aus der jeweiligen örtlichen Stehwellenamplitude folgenden Intensität.

Aus den in der Emulsion suspendierten Silbersalzkristallen werden durch die Wechselwirkung mit dem optischen Feld und die nachfolgende Entwicklung feinstverteilte Silberpartikel freigesetzt, während beim Fixieren die photochemisch nicht umgewandelten Silbersalzkristalle aus der Emulsion herausgelöst werden. Durch diesen Prozeß entstehen bei Einhaltung im wesentlichen experimentell zu bestimmender Grenzen für Belichtungsintensität, Belichtungszeit und Entwicklungsdauer in der Emulsion Ebenen mit näherungsweise intensitätsproportionaler Silberpartikelkonzentration. Die gegenüber der Lichtwellenlänge kleinen Silberpartikel wirken für auffallendes Licht als verlustbehaftete metallische Rayleigh-Streukörper (/16/). In Vorwärtsrichtung bewirken sie eine - in Zusammenhang mit Transmissionsholographie interessante - Dämpfung. In Rückwärtsrichtung kann sich die Streustrahlung der Ebenen großer Silberpartikeldichte (ähnlich wie bei der Bragg-Beugung von Röntgenstrahlung (/15/)) konstruktiv zu einer kräftigen rückgebeugten Welle überlagern.

Dieser Effekt, welcher erstmals von Lippmann für ein farbfotographisches Verfahren angewandt wurde (/163/,/164/), bildet die Grundlage für die Lippmann-Bragg-Holographie (/165/,/166/).

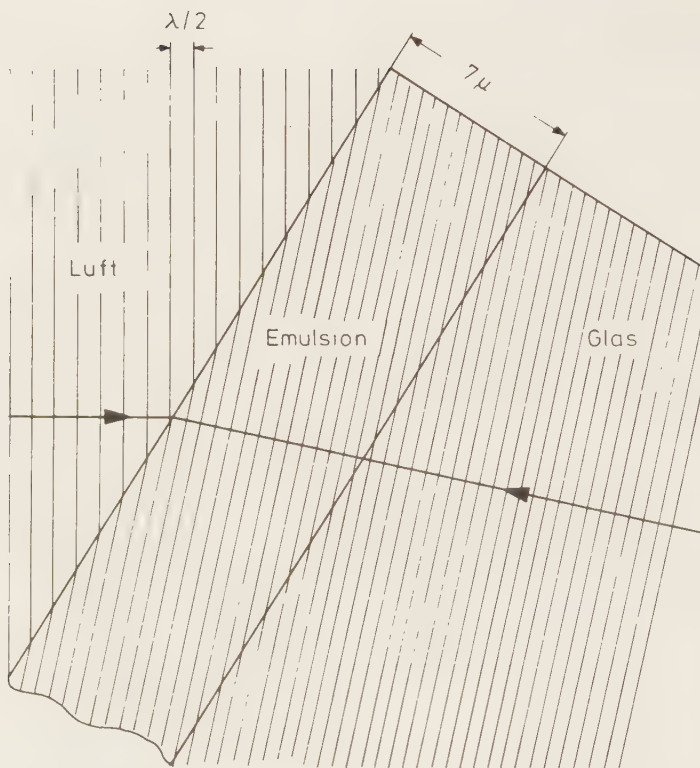


Bild 31: Anordnung einer Hologrammplatte mit "dicker Emulsion" in einem stehenden Lichtwellenfeld

Durch einen zusätzlichen Bleichprozeß (/ 11 /, / 13 /, / 162 /) können die Silberpartikel nach dem Fixieren wieder in Silbersalzkristalle übergeführt werden. Die daraus folgenden parallelen Ebenen unterschiedlicher Silbersalzdottierung verleihen der Emulsion einen periodischen Brechungsindexgradienten, welcher wiederum Ursache eines Bragg-Rückbeugungseffektes ist (/ 11 /, / 167 /, / 170 /). Die rückgebeugte Welle ist jetzt aber wesentlich stärker, da wegen der nunmehr fehlenden Absorption der Silberpartikel (die gebleichte Emulsionsschicht ist nahezu transparent) auch die tieferen Ebenen an der Rückbeugung mitwirken können.

Die Geometrie des Rückbeugungseffektes in Lippmannschen Strukturen, welcher die Grundlage für die im folgenden zu besprechende quantitative Ermittlung des Betrages des komplexen zeitlichen Kohärenzgrades aus einer nach Bild 31 belichteten Hologrammplatte darstellt, ist schematisch in Bild 32 dargestellt.

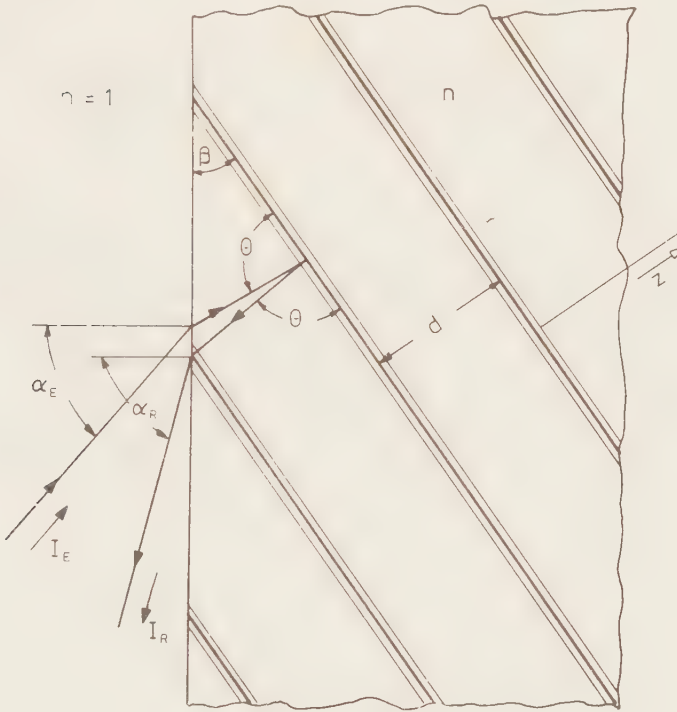


Bild 32: Geometrische Verhältnisse bei der Rückbeugung aus einer Lippmannschen Struktur

In einer ersten anschaulichen, geometrisch optischen Betrachtungsweise können die im Abstand d parallel zueinander angeordneten Ebenen hoher Silber- oder Silbersalzkonzentration als teildurchlässige Spiegelflächen betrachtet werden. Für die Winkelbeziehung zwischen einfallendem und rückgebeugtem Strahl ergibt sich aus Bild 32 der geometrisch optische (242a) bzw. beugungstheoretische (242b) Zusammenhang

$$\sin \alpha_R = n \sin \left[2\beta - \arcsin \left(\frac{\sin \alpha_E}{n} \right) \right] \quad (242a)$$

$$\sin \alpha_R = \frac{\lambda}{d} \sin \beta - \sin \alpha_E \quad (242b)$$

Eine besonders kräftige Rückbeugung ist bei der dargestellten Struktur bei Erfüllung der Braggbedingung

$$2d \sin \Theta = \frac{\lambda}{n} \quad (243)$$

zu erwarten, da sich dann die von den verschiedenen Ebenen rückgebeugten Wellenanteile konstruktiv überlagern. Für den Einfallswinkel α_E lautet die Braggbedingung nach Bild 32

$$2d \cos \left[\beta - \arcsin \left(\frac{\sin \alpha_E}{n} \right) \right] = \frac{\lambda}{n} \quad (244)$$

Es soll nun untersucht werden, wie die zeitlichen Kohärenzeigenschaften eines Signals durch Herstellung einer Lippmann-Bragg-Struktur nach Bild 31 in dem nach Bild 29 erzeugten stehenden Wellenfeld ermittelt werden können. Unter der (für die Anwendung des Verfahrens notwendigen) Voraussetzung, daß die zeitlichen Kohärenzeigenschaften der sich längs der z-Achse gegenläufig ausbreitenden quasiebenen und quasimonochromatischen Wellen über eine Wellenfront gleich sind und durch einen komplexen zeitlichen Kohärenzgrad $\gamma(\tau)$ beschrieben werden, erhalten wir aus (51) mit (240) für den räumlichen Intensitätsverlauf des Feldes

$$I(x,y,z) = (I_+(x,y) + I_-(x,y)) (1 + f_{IK}(x,y,z) \cos [\delta(z) - 4\pi \tau \frac{z}{c}]) \quad (245)$$

Dabei sind $I_+(x,y)$ und $I_-(x,y)$ die über den Belichtungszeitraum $2 t_D$ gemittelten Intensitäten der beiden gegenläufigen Wellen, welche i.a. von den transversalen Koordinaten x,y abhängen, während

$$f_{IK}(x,y,z) = \frac{2 \sqrt{I_+(x,y) I_-(x,y)}}{I_+(x,y) + I_-(x,y)} |\gamma(z)| \quad (246)$$

der Interferenzkontrast des stehenden Wellenfeldes nach (55) ist.

Eine ideal aufzeichnende Hologrammemulsion wird bei fester Belichtungszeit $2 t_D$ nach der Entwicklung, Fixierung und gegebenenfalls Bleichung eine streng intensitätsproportionale räumliche Variation des Leitwertes σ bzw. der Dielektrizitätskonstanten ϵ aufweisen. Mit (245) ergibt sich dann ein räumlich harmonischer Verlauf dieser Größen der Form

$$\sigma(z) = \sigma_1 + \sigma_2 \cos \left[\delta(z) - 4\pi f_C z \right] \quad (247)$$

$$\epsilon(z) = \epsilon_1 + \epsilon_2 \cos \left[\delta(z) - 4\pi f_C z \right] \quad (248)$$

wobei mit geeigneten materialabhängigen Konstanten k_σ und k_ϵ die Amplituden σ_2 und ϵ_2 durch

$$\sigma_2 = 2k_\sigma \sqrt{I_+(x,y) I_-(x,y)} |Y(z)| \quad (249)$$

$$\epsilon_2 = 2k_\epsilon \sqrt{I_+(x,y) I_-(x,y)} |Y(z)| \quad (250)$$

bestimmt sind.

Die Beziehungen (247) und (248) sind der Ausgangspunkt für die rechnerische Analyse von Lippmann-Bragg-Strukturen (/ 11 /, /167/, /168/, /169/, /170/, /171/, /172/) durch die sog. "coupled wave theory". Eine wichtige Größe zur Kennzeichnung solcher Strukturen ist dabei der Beugungswirkungsgrad η , welcher in unserem Fall als das Verhältnis der Intensität I_R des nach Bild 32 rückgebeugten zur Intensität I_E des einfallenden Lichtstrahls definiert ist:

$$\eta = \frac{I_R}{I_E} \quad (251)$$

Die Rechnungen der "coupled wave theory" ergeben, wie erwartet, einen maximalen Beugungswirkungsgrad bei Erfüllung der Bragg-Bedingung (243). Bei sonst konstanten Parametern wächst er weiterhin mit der Amplitude σ_2 bzw. ϵ_2 der räumlichen Variation des Leitwertes bzw. der Dielektrizitätskonstanten nach (247) bzw. (248) an und kann bei rein dielektrischen, verlustfreien Strukturen ($\sigma \equiv 0$) im Grenzfall gleich 1 werden.

Drücken wir den Zusammenhang zwischen σ_2 und η bzw. ϵ_2 und η bei ungebleichten bzw. gebleichten Lippmann-Bragg-Strukturen allgemein in der Form

$$\eta(z) = f_\sigma(\sigma_2(z)) ; \quad \eta(z) = f_\epsilon(\epsilon_2(z)) \quad (252)$$

bzw.

$$\sigma_2(z) = f_\sigma^{-1}(\eta(z)) ; \quad \epsilon_2(z) = f_\epsilon^{-1}(\eta(z)) \quad (253)$$

aus, so erhalten wir mit (249) bzw. (250)

$$|\gamma(z)| = \frac{f_{\sigma}^{-1}(\eta(z))}{2k_{\sigma} \sqrt{I_{+}(x,y) I_{-}(x,y)}} \quad (254)$$

bzw.

$$|\gamma(z)| = \frac{f_{\epsilon}^{-1}(\eta(z))}{2k_{\epsilon} \sqrt{I_{+}(x,y) I_{-}(x,y)}} \quad (255)$$

Diese unter der Voraussetzung einer linear aufzeichnenden Hologrammemulsion abgeleiteten Beziehungen sind lediglich für das qualitative Verständnis des Zusammenhangs zwischen dem bei der Aufnahme des stehenden Wellenfeldes lokal vorliegenden komplexen Kohärenzgrad $\gamma(z)$ und dem nach dem Entwicklungsprozeß bei einem Reproduktionsverfahren nach Bild 32 am entsprechenden Ort der Hologrammemulsion auftretenden Beugungswirkungsgrad η von Bedeutung.

Der genaue funktionelle Zusammenhang

$$|\gamma(z)| = F(\eta(z)) \quad (256)$$

hängt von einer Vielzahl von Parametern des Aufnahmeverfahrens, des Entwicklungsprozesses und des Reproduktionsverfahrens ab (/11/,/13/,/148/). Will man deshalb aus einem nach Bild 32 gemessenen Verlauf von η auf den zugehörigen Verlauf von $|\gamma(z)|$ schließen, so ist es praktisch unumgänglich, die hierfür gültige Beziehung (256) vorher unter standardisierten und reproduzierbaren Bedingungen für Aufnahme, Entwicklung, Fixierung, gegebenenfalls Bleichung und Reproduktion experimentell zu ermitteln.

4.2.2 Experimentelle Realisierung

In Bild 33 ist eine Aufnahmeanordnung zur Vermessung der zeitlichen Kohärenz eines optischen Signals nach dem von uns vorgeschlagenen Verfahren schematisch dargestellt.

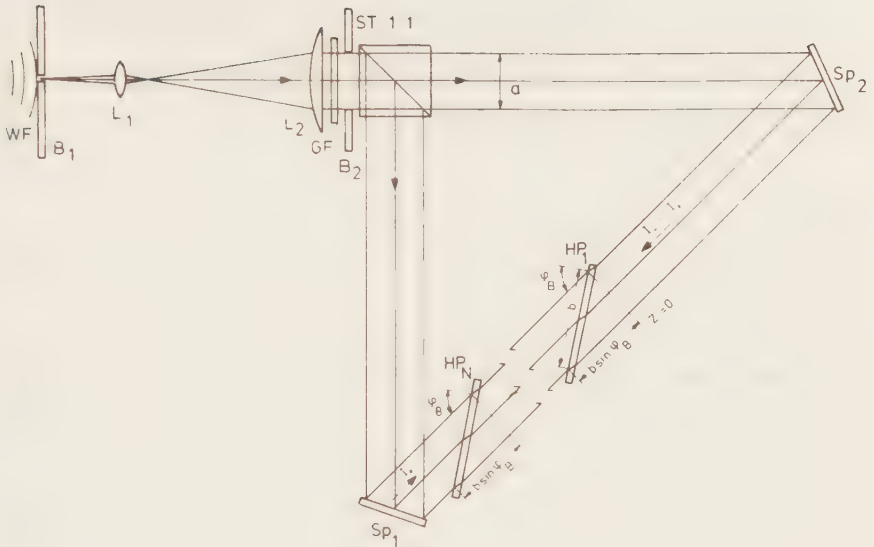


Bild 33: Experimentelle Anordnung zur holographischen Aufzeichnung der zeitlichen Kohärenzeigenschaften eines Laserwellenfeldes

Durch eine Lochblende B_1 wird aus der Wellenfront WF des Signals ein räumlich kohärentes Lichtbündel (vgl. Abschnitt 2.2.3.2) ausgeblendet. Die homogen ausgeleuchtete kreisförmige Apertur der Blende B_1 erscheint in geeigneter Verkleinerung in der Bildebene der Linse L_1 und erzeugt in der linken Hauptebebene der Linse L_2 ihr entsprechend vergrößertes, wohl-knownes Beugungsbild aus zentraler Airy-Scheibe und konzentrischen Ringen / 1 /. Da die linke Brennebene der Linse L_2 mit der Bildebene der Linse L_1 zusammenfällt, entsteht rechts von L_2 eine nahezu parallele Lichtausbreitung. Die Blende B_2 blendet aus dem Zentrum der Airy-Scheibe ein quadratisches, nahezu paralleles Bündel mit im Nahfeld räumlich fast konstanter Intensität aus, welche mit einem Graufilter GF auf den für die Belichtung der Hologrammplatten HP gewünschten Wert I_+ (vgl. Abschnitt 4.2.1) gebracht wird. Das Lichtbündel wird durch den Strahlteiler ST in seiner Leistung im Verhältnis 1:1 geteilt.

Die beiden Teilbündel überlagern sich nach ihrer Umlenkung an den Oberflächenplanspiegeln Sp_1 bzw. Sp_2 zu einem stehenden Wellenfeld, in welchem die Hologrammplatten HP zur Unterdrückung störender Interferenzen aufgrund

von Fresnelreflexionen unter dem Brewsterwinkel φ_B angeordnet sind. Zur Erhöhung der Aufnahmefeldtiefe werden insgesamt N Hologrammplatten der Länge b und der Breite $\frac{a}{N}$ transversal und longitudinal gestaffelt. Auf diese Weise können mit einem Belichtungsvorgang Feldkorrealationen im Bereich

$$0 \leq z \leq Nb \sin \varphi_B \quad (257)$$

bzw.

$$0 \leq \tau \leq \frac{2Nb}{c} \sin \varphi_B \quad (258)$$

aufgezeichnet werden.

Mit (249) erhalten wir aus (252) für $I_+ = I_- = \frac{I}{2}$

$$\eta(z) = f_{\sigma}(\xi) \quad (259)$$

mit

$$\xi = k_{\sigma} I(x,y) |\gamma(z)| \quad (260)$$

Der Beugungswirkungsgrad hängt also vom Produkt aus der örtlichen Intensität $I(x,y)$ der einfallenden Welle und dem Betrag ihres komplexen zeitlichen Kohärenzgrades $|\gamma(z)|$ ab. Aus dem Beugungswirkungsgrad kann somit nach entsprechender Eichung dieses Produkt, und daraus nur bei Kenntnis der bei der Aufnahme lokal vorhandenen Intensität $I(x,y)$ die Größe $|\gamma(z)|$ bestimmt werden. Zur Vereinfachung des Verfahrens ist deshalb eine räumlich konstante Intensität I von Vorteil, wie sie bei der Anordnung nach Bild 33 näherungsweise erzeugt wird. Der dabei noch auftretende Intensitätsabfall vom Zentrum zum Rand des aus der Airy-Scheibe ausgeblendeten Lichtbündels ist durch die Geometrie und die optischen Komponenten der Anordnung eindeutig bestimmt und kann, wenn nicht vernachlässigbar, bei der Bestimmung von $|\gamma(z)|$ berücksichtigt werden.

4.3 Experimentelle Ergebnisse

4.3.1 Untersuchung der Rückbeugung aus der Lippmann-Bragg-Struktur

Zur experimentellen Untersuchung der Verhältnisse bei der Rückbeugung nach Bild 32 wurden mit einer Anordnung nach Bild 33 und einem He:Ne-Laser Lippmann-Bragg-Strukturen hergestellt. Für den Brechungsindex der verwendeten Holographieemulsion (Agfa-Gaevert 8E75) gilt $n \approx 1,5$, so daß sich

für den Brewsterwinkel $\varphi_B = 56,3^\circ$, und für den Neigungswinkel der strukturellen Ebenen (Bild 32) $\beta = 33,7^\circ$ ergibt.

Läßt man auf die entwickelte Lippmann-Bragg-Struktur nach Bild 32 ein kollimiertes Weißlichtbündel auffallen, so beobachtet man einen rückgebeugten Strahl, dessen spektrale Leistungsdichte bei $\lambda \approx 500$ nm ein Maximum hat.

Da für diese Wellenlänge offenbar die Bragg-Bedingung erfüllt ist und $\Theta \approx 90^\circ$ gilt, folgt aus (243) mit $n = 1,5$ für den inneren Abstand der Ebenen $d \approx 165$ nm.

Da aber andererseits bei der Aufnahme mit dem He:Ne-Laserwellenfeld die Ebenen maximaler Intensität in der Emulsion im Abstand $d = 211$ nm vorlagen, bedeutet dies, daß sich die Emulsion durch den Entwicklungsprozess kontrahiert hat. Dieses wohlbekannte Phänomen kann dadurch erklärt werden, daß beim Fixieren die unbelichteten Silbersalze aus der Emulsion herausgelöst werden und die Schicht dann beim Trocknen um die freiwerdenden Räume zusammenschrumpft. *)

Läßt man nun nach Bild 32 einen He:Ne-Laserstrahl mit $\lambda = 632,8$ nm in die Struktur einfallen, so kann wegen $d < \frac{\lambda}{2n}$ die Braggbedingung (244) für keinen Einfallswinkel α_E erfüllt werden. Obwohl für den unter diesen Umständen rückgebeugten Strahl der Beugungswirkungsgrad erheblich kleiner ist als bei Erfüllung der Braggbedingung, erweist sich, wie im folgenden dargestellt, die Abtastung der Lippmann-Bragg-Struktur mit dem He:Ne-Laserstrahl als einfach durchführbare und zuverlässige Methode zur Bestimmung des aufgezeichneten zeitlichen Kohärenzgrades.

Der in Zusammenhang mit Bild 32 durch (251) definierte Beugungswirkungsgrad kann in drei Anteile zerlegt werden:

$$\eta(z) = T(\alpha_E) \cdot T(\alpha_R) \cdot \eta_B(z) \quad (261)$$

Dabei ist $T(\alpha_E)$ bzw. $T(\alpha_R)$ der Fresnel-Transmissionsgrad des einfallenden bzw. austretenden Strahls an der Grenzfläche Luft-Hologrammemulsion, während $\eta_B(z)$ den lokalen Wirkungsgrad der Rückbeugung aus den periodischen Ebenen unterschiedlichen Brechungsindex oder unterschiedlicher Leitfähigkeit in der Emulsion selbst beschreibt.

*) Man beachte, daß sich bei diesem Schrumpfungsprozeß die Reflexionsgitterkonstante $\frac{d}{\sin \beta}$ in (242b) nicht wesentlich ändert. Dies findet sich durch die später in Bild 34 dargestellten Messungen bestätigt.

Es gilt / 1 /:

$$T_{\parallel}(\alpha_E)T_{\parallel}(\alpha_R) = \left[1 - \left(\frac{n \cos \alpha_E - \cos(\arcsin[\frac{\sin \alpha_E}{n}])^2}{n \cos \alpha_E + \cos(\arcsin[\frac{\sin \alpha_E}{n}])} \right) \right] \cdot$$

$$\cdot \left[1 - \left(\frac{n \cos \alpha_R - \cos(\arcsin[\frac{\sin \alpha_R}{n}])^2}{n \cos \alpha_R + \cos(\arcsin[\frac{\sin \alpha_R}{n}])} \right) \right] \quad (262)$$

für Polarisation in der Einfallsebene,

$$T_{\perp}(\alpha_E)T_{\perp}(\alpha_R) = \left[1 - \left(\frac{\cos \alpha_E - n \cos(\arcsin[\frac{\sin \alpha_E}{n}])^2}{\cos \alpha_E + n \cos(\arcsin[\frac{\sin \alpha_E}{n}])} \right) \right] \cdot$$

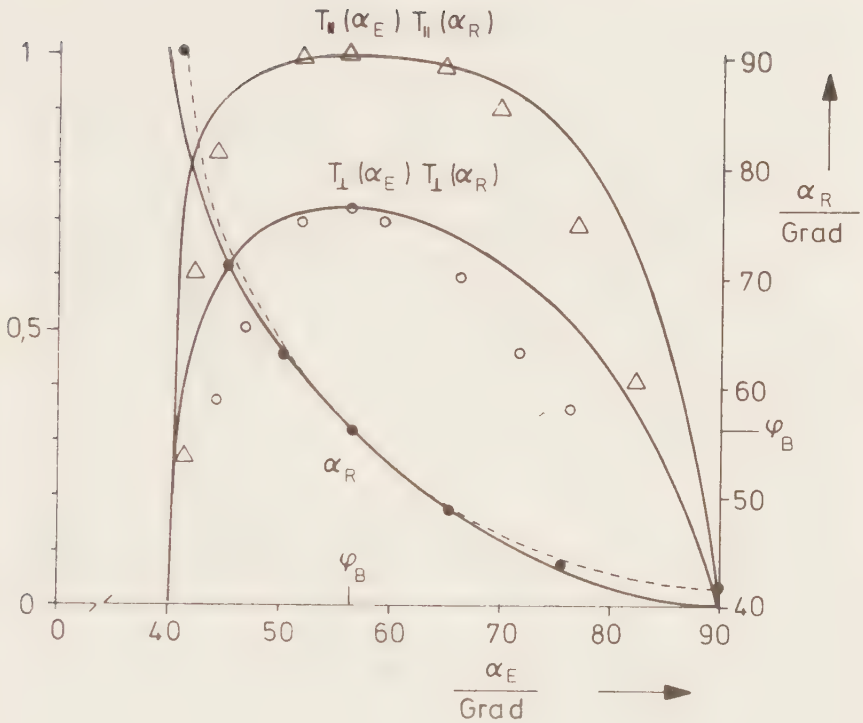
$$\cdot \left[1 - \left(\frac{\cos \alpha_R - n \cos(\arcsin[\frac{\sin \alpha_R}{n}])^2}{\cos \alpha_R + n \cos(\arcsin[\frac{\sin \alpha_R}{n}])} \right) \right] \quad (263)$$

für Polarisation senkrecht zur Einfallsebene. Der Zusammenhang zwischen α_E und α_R ist durch (242) gegeben.

In Bild 34 sind die nach (262), (263) und (242) für die experimentell realisierte Lippmann-Bragg-Struktur berechneten Kurvenverläufe dargestellt. In die Kurven sind die mit einem He:Ne-Laserstrahl nach Bild 35 gewonnenen entsprechenden Meßwerte für α_R sowie für den relativen Gesamtbeugungswirkungsgrad

$$\eta_{rel} = \eta/\eta_{max} \quad (264)$$

eingezeichnet.



- Bild 34: 1. Vergleich des nach (242a) (—) bzw. (242b) (---) berechneten Zusammenhangs zwischen α_R und α_E mit dem experimentell ermittelten ($\bullet$).
2. Vergleich des nach (262) berechneten Fresneltransmissionsgrades $T_{\parallel}(\alpha_E) T_{\parallel}(\alpha_R)$ mit dem experimentell ermittelten zugehörigen relativen Beugungswirkungsgrad η_{rel} (Δ).
3. Vergleich des nach (263) berechneten Fresneltransmissionsgrades $T_{\perp}(\alpha_E) T_{\perp}(\alpha_R)$ mit dem experimentell ermittelten zugehörigen relativen Beugungswirkungsgrad η_{rel} ($\circ$).

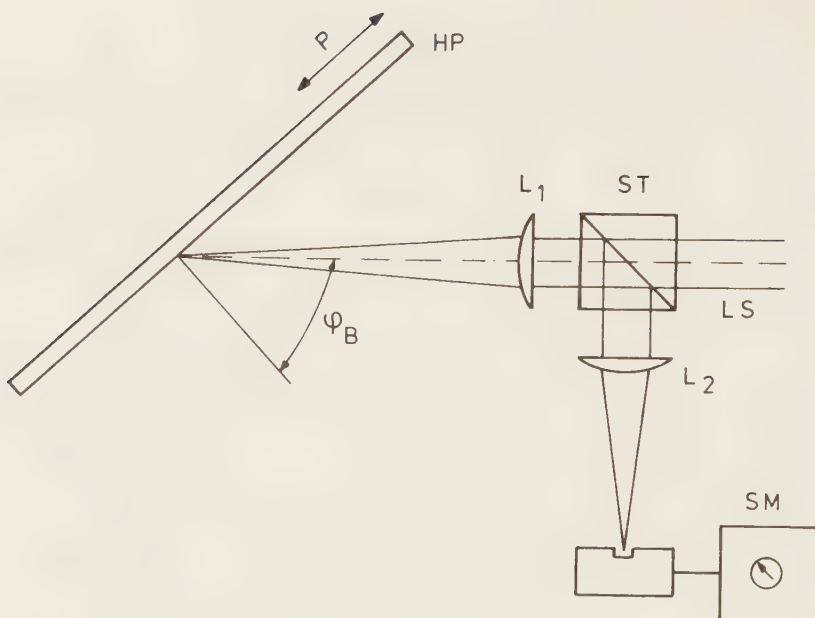


Bild 35: Anordnung zur Bestimmung des relativen Beugungswirkungsgrades η_{rel} der Lippmann-Bragg-Struktur

- P Parallelverschiebungsvorrichtung
- HP Hologrammplatte mit Lippmann-Bragg-Struktur
- φ_B Brewsterwinkel
- L_1, L_2 Plankonvexlinsen
- ST Strahlteiler
- LS He:Ne-Laserstrahl
- SM Strahlungsmeßgerät nach /176/

Die in Bild 34 zu erkennende Übereinstimmung des gemessenen Zusammenhangs zwischen α_R und α_E mit dem nach (242) berechneten ist eine überzeugende Bestätigung der in Bild 32 dargestellten geometrischen Verhältnisse.

Weiterhin ist zu erkennen, daß der relative Gesamtbeugungswirkungsgrad η für beide Polarisationsrichtungen zu beiden Seiten des Brewsterwinkels schneller abfällt als die entsprechenden Fresneltransmissionsgrade.

Dies zeigt, daß auch der strukturinterne Beugungswirkungsgrad η_B nach (261) eine Winkelabhängigkeit mit einem Maximum bei Brewsterwinkeleinfall besitzt. Dies kann dadurch erklärt werden, daß in diesem Fall

wegen $\Theta = 90^\circ$ (Bild 32) die Abweichung von der Bragg-Bedingung (243) ein Minimum erreicht.

Bei Brewsterwinkeleinfall wird weiterhin jeder Einzelstrahl des einfallenden quasiparallelen Bündels in sich reflektiert. Die einzelnen Schichten der Lippmann-Bragg-Struktur wirken also wie ein partiell reflektierender Planspiegel, so daß der rückgebeugte Strahl gegenüber dem einfallenden keine transversale Strukturänderung erfährt.

Diese Beobachtungen führen zu dem Ergebnis, daß zur quantitativen Bestimmung des Beugungswirkungsgrades η durch Abtastung der Lippmann-Bragg-Struktur mit einem quasiparallelen He:Ne-Laserstrahl Brewsterwinkeleinfall optimal erscheint, da in diesem Fall die bei konstanter eingebrachter Leistung I_E maximale Leistung I_R des rückgebeugten Strahls für eine exakte Vermessung von besonderem praktischen Vorteil ist.

4.3.2 Eichung der Lippmann-Bragg-Struktur

Legt man für die Durchführung des in Abschnitt 4.2.2 beschriebenen Aufnahmeverfahrens die Bedingungen für Entwicklung, Fixierung und Bleichung fest, so verbleibt als einziger Parameter für die Eichung des Verfahrens, d.h. für die Ermittlung eines eindeutigen Zusammenhangs zwischen Beugungswirkungsgrad und dem Betrag des komplexen zeitlichen Kohärenzgrades nach (256), die im Belichtungszeitraum $2 t_D$ auf die Hologrammplatte einfallende Energiedichte

$$W_+(x, y, t_D) = \cos \varphi_B \int_{-t_D}^{t_D} I_+(x, y, t) dt \quad (265)$$

Bei den folgenden Untersuchungen wurden die Hologrammplatten (Agfa-Gaevert 8E75) wie folgt behandelt:

1. Entwickeln: 3 min in Agfa Metinol, 20°C
2. Zwischenwässern: 1 min, 20°C
3. Fixieren: 4 min in Fixierbad G334, 20°C
4. Wässern: 30 min, 20°C
5. Trocknen: 1 Stunde bei Raumtemperatur; zur Vermeidung von Wasserflecken wurden anhaftende Wassertropfen vorher mit Preßluft vorsichtig abgeblasen.

In Bild 36 ist der experimentell ermittelte Zusammenhang zwischen dem relativen Beugungswirkungsgrad η_{rel} und der nach (265) definierten Energiedichte W_+ (bei $I_+ = I_-$) dargestellt. Die untersuchten Lippmann-Bragg-

Strukturen wurden mit einem He:Ne-Laser und der Anordnung nach Bild 33 hergestellt, wobei für den vermessenen Bereich der Strukturen bei der Aufnahme $|\gamma(z)| \approx 1$ galt.

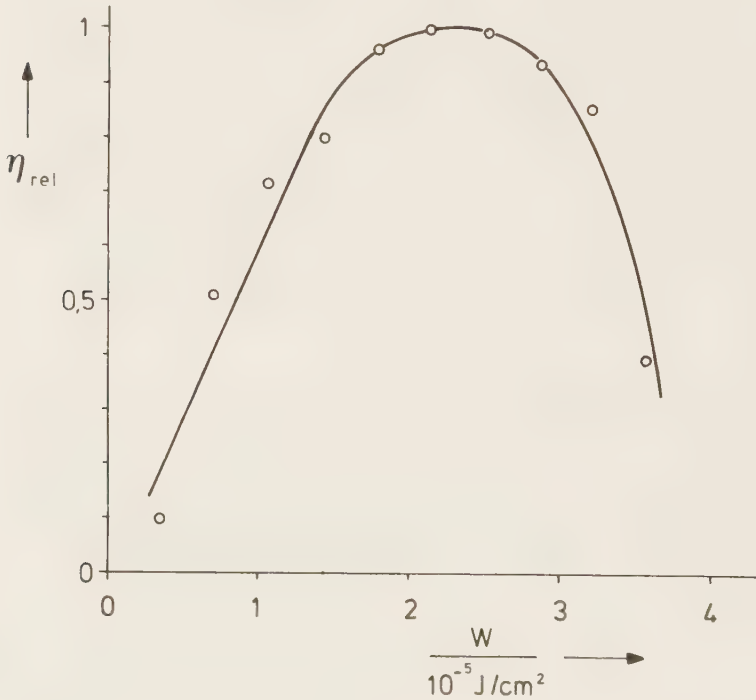


Bild 36: Abhängigkeit des relativen Beugungswirkungsgrades der Lippmann-Bragg-Struktur von der einfallenden Energiedichte

Der Beugungswirkungsgrad erreicht bei einer einfallenden Energiedichte W_+ von ungefähr $2,5 \cdot 10^{-5} \text{ J/cm}^2$ ein Maximum. In diesem Fall wird von den Intensitätsmaxima der stehenden Lichtwelle gerade die maximal mögliche photochemische Freisetzung von Silber in der Hologrammemulsion ausgelöst und die Amplitude σ_2 der räumlichen Variation der Leitfähigkeit nach (247) erreicht ein Maximum. Bei zunehmendem W_+ steigt dann nur noch die Silberfreisetzung in den Intensitätsminima an, so daß σ_2 und damit der Beugungswirkungsgrad wieder kleiner werden. Im Bereich $W_+ < 2 \cdot 10^{-5} \text{ J/cm}^2$ steigt der Beugungswirkungsgrad nahezu linear mit W_+ an. Bei konstanter Belichtungszeit $2 t_D$ entspricht dies einer linearen Abhängigkeit von der einfallenden (über $2 t_D$ zeitlich gemittelten) Intensität I . Da nach (260) der Beugungswirkungsgrad eine Funktion des Produktes $I \cdot |\gamma(z)|$ ist, läßt sich daraus im gleichen Belichtungsbereich bei konstanten I und $2 t_D$ auf einen linearen Zusammenhang zwischen η und $|\gamma(z)|$ schließen. Der für verschiedene W_+ experimentell ermittelte Zusammenhang zwischen η_{rel} und $|\gamma(z)|$ ist in Bild 37 dargestellt. Die Werte für den bei der Aufnahme vorliegenden Betrag des komplexen Kohärenzgrades wurden bei jeweils unveränderter Einstellung des He:Ne-Lasers mit dem im Anhang beschriebenen Michelson-Interferometer ermittelt.

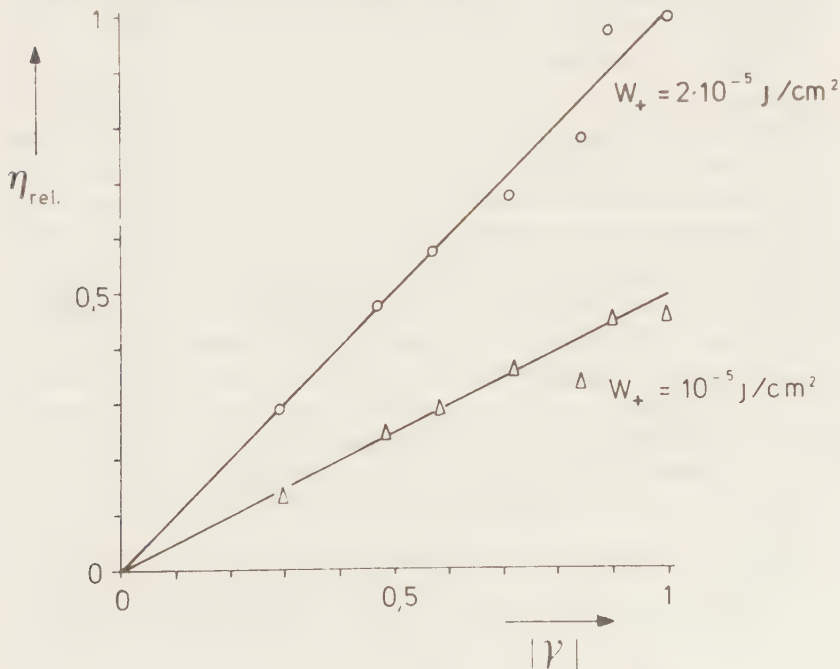


Bild 37: Zusammenhang zwischen dem Beugungswirkungsgrad der Lippmann-Bragg-Struktur und der zeitlichen Kohärenz bei der Aufnahme

Es ergibt sich die erwartete lineare Abhängigkeit des Beugungswirkungsgrades η vom Betrag des komplexen zeitlichen Kohärenzgrades.

Der Versuch, den in Bild 37 dargestellten Zusammenhang mit den nachträglich in einer Kaliumferricyanidlösung (Bleichbad N2) gebleichten Lippmann-Bragg-Strukturen zu reproduzieren, verlief weniger zufriedenstellend. Bei gleichem $|\gamma(z)|$ erhöht sich zwar der absolute Beugungswirkungsgrad für den He:Ne-Laserstrahl um einen Faktor 2 bis 3, ist aber dabei örtlichen Schwankungen bis zu ca. 50 % unterworfen, so daß eine zuverlässige Messung praktisch unmöglich wird.

4.4 Diskussion des Verfahrens

Der in Bild 37 dargestellte eindeutige Zusammenhang zwischen dem Beugungswirkungsgrad η und dem bei der Aufnahme der Lippmann-Bragg-Struktur nach Bild 33 lokal vorliegenden Betrag des komplexen zeitlichen Kohärenzgrades $|\gamma(\tau)|$ ermöglicht prinzipiell die simultane Vermessung der Funktion $|\gamma(\tau)|$ innerhalb eines durch die Aufnahmeanordnung bestimmten kontinuierlichen Bereichs der Variablen τ . Dies ist insbesondere für die meßtechnische Erfassung der zeitlichen Kohärenzeigenschaften von einmaligen Lichtpulsen, welche die zeitlich sukzessive Bestimmung der Funktion $|\gamma(\tau)|$ nicht zulassen, von großem Interesse.

Gegenüber den bislang in der Literatur beschriebenen holographischen Verfahren zur Vermessung der zeitlichen Kohärenz optischer Signale (/150/,/153/, /157/,/159/), welche auf der Holographie des Streulichtes eines räumlich gestaffelten oder bewegten Objektes beruhen, zeichnet sich unser Verfahren durch folgende Vorteile aus:

1. Durch die direkte, gebündelte Beleuchtung der Hologrammplatte genügen für die Durchführung des Verfahrens vergleichsweise kleine optische Energien, welche in vielen Fällen dem zu untersuchenden optischen Signal durch Leistungsteilung entnommen werden können, ohne es wesentlich zu schwächen. Dadurch ist es möglich, das Verfahren simultan zur eigentlichen Verwendung oder anderweitigen meßtechnischen Untersuchung des optischen Signals durchzuführen (vgl. Abschnitt 4.5).
2. Zur quantitativen Bestimmung von $|\gamma(\tau)|$ ist nach den Ergebnissen des Abschnitts 4.3 stets die Kenntnis der Intensitäten der in der Hologrammemulsion interferierenden Teilwellen erforderlich. Mit dem vorgeschlagenen Verfahren ist es möglich, die interferierenden Lichtbündel mit

einfachen transversalen Intensitätsverteilungen I_+ bzw. I_- zu versehen, welche die quantitative Ermittlung der Funktion $|\gamma(\tau)|$ aus dem gemessenen Beugungswirkungsgrad $\eta(\tau)$ erheblich vereinfachen.

3. Der auf der Hologrammplatte lokal auftretende Beugungswirkungsgrad η ist der Variablen τ durch die geometrischen Verhältnisse der Aufnahmeanordnung eindeutig zugeordnet. Dies ermöglicht die Abtastung der Struktur durch einen fokussierten Lichtstrahl. Der verzerrungsfrei rückgebeugte, gebündelte Lichtstrahl erlaubt eine einfache Messung des Beugungswirkungsgrades.
4. Ein qualitativer Eindruck vom Verlauf der Funktion $|\gamma(\tau)|$ kann bereits bei visueller Betrachtung der Lippmann-Bragg-Struktur in Weißlicht gewonnen werden (vgl. Bild 38).

Den bedeutsamsten Störfaktor bei einer quantitativen Auswertung des Verfahrens stellen unerwünschte Veränderungen der transversalen Intensitätsverteilungen $I_+(x,y)$ und $I_-(x,y)$ der interferierenden Lichtbündel dar. Diese entstehen zum einen durch Verunreinigungen der optischen Oberflächen (Linsen, Strahlteiler, Spiegel) und deren Absorption bzw. Beugungsfiguren, zum anderen durch Randbeugungseffekte an den bündelbegrenzenden Aperturen. Erstere können durch peinliche Sauberhaltung der optischen Komponenten weitgehend vermieden werden. Die Bündelbegrenzung etwa durch die Blende B_2 (Bild 33) ergibt im Fernfeld das unvermeidliche Beugungsbild der scharfen Kante $/ 1 /$, welches bei größeren Abständen von der Blende B_2 (praktisch bedeutsam etwa ab 50 cm) eine zunehmende räumliche Intensitätsvariation an den Bündelrändern ergibt. Der Bündeldurchmesser muß deshalb so groß gewählt werden, daß diese Randbeugungserscheinungen im wesentlichen außerhalb des von der Hologrammemulsion erfaßten Bereichs liegen.

Die Auflösung des Verfahrens wird primär durch den räumlichen Bereich der Lippmann-Bragg-Struktur bestimmt, welcher bei der Reproduktion an der Rückbeugung mitwirkt. Bei Abtastung mit einem idealen Lichtstrahl nach Bild 35 ergibt sich bei einer Emulsionsschichtdicke d_s mit Brechungsindex n für den in diesem Bereich bei der Aufnahme der stehenden Lichtwelle erfaßten Abschnitt $\Delta\tau$ (c_0 = Vakuumlichtgeschwindigkeit)

$$c_0 \Delta\tau \approx \frac{2nd_s}{\cos \left[\arcsin \left(\frac{\sin \varphi_B}{n} \right) \right]} \quad (266)$$

Für das Holographiematerial 8E75 ($d_s = 7 \mu\text{m}$; $n \approx 1,5$) ergibt sich aus (266) $c\Delta\tau \approx 25 \mu\text{m}$. Eine weitere Vergrößerung von $\Delta\tau$ ergibt sich durch den endlichen Durchmesser des fokussierten He:Ne-Strahls. Insgesamt kann die Grenze des Auflösungsvermögens mit $c\Delta\tau \approx 50 \mu$ abgeschätzt werden.

Die Genauigkeit des Verfahrens wird nach unseren Erfahrungen im wesentlichen durch die Fehler in der Bestimmung der Intensitätsverteilung $I_{\pm}$ begrenzt. Bei extrem genauer Justierung könnte der relative Fehler kleiner als ca. 10 % gehalten werden.

4.5 Anwendungen des Verfahrens

Das beschriebene Verfahren dient primär zur simultanen Aufzeichnung der Funktion $|\gamma(\tau)|$ eines optischen Signals in einem oder mehreren zusammenhängenden Bereichen der Variablen τ . Es ermöglicht die Untersuchung von einmaligen, in ihrer genauen Form nicht sicher reproduzierbaren, zeitlich begrenzten Lichtsignalen, wie sie z.B. von gepulsten Festkörper- oder Farbstofflasern emittiert werden. In Verbindung mit der Fourier-spektroskopie (vgl. Abschnitt 1.2.7) ist die anschließende Bestimmung der spektralen Leistungsdichte solcher Signale möglich.

Das Verfahren wurde mit einem bestimmten Holographiematerial (Agfa-Gaevert 8E75) bei der Wellenlänge des He:Ne-Lasers getestet und optimiert. Es ist aber zu erwarten, daß es in anderen Wellenlängenbereichen in gleicher Weise durchführbar ist, wenn das jeweilige Holographiematerial genügend hohes Auflösungsvermögen besitzt.

Als Beispiel einer Anwendung ist in Bild 38a das rückgebeugte Licht eines mit Weißlicht unter Brewsterwinkel beleuchteten Ausschnitts einer Lippmann-Bragg-Struktur abgebildet, welche mit der Anordnung nach Bild 33 und einem freilaufenden gepulsten Rubinlaser hergestellt wurde. In Bild 38b ist der mit einer Anordnung nach Bild 35 ermittelte zugehörige Verlauf der Funktion $|\gamma(\tau)|$ dargestellt. Die Periodizität des Interferenzkontrastes mit $c\Delta\tau = 6,3 \text{ mm}$ deutet bereits ohne exakte Durchführung der Fourier-spektroskopie auf axiale Schwingungstypen mit einem Frequenzabstand von 47,6 GHz hin (diese Emissionscharakteristik war im vorliegenden Fall durch die Verwendung eines Glasplattenetalons als Auskoppelspiegel des Fabry-Perot-Resonators bedingt).

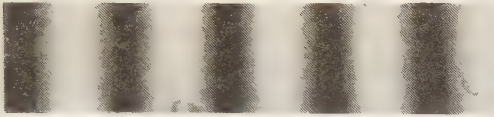


Bild 38a: Mit Weißlicht betrachtete Lippmann-Bragg-Struktur, welche nach Bild 33 mit einem freilaufenden Rubinlaser aufgenommen wurde. Der Verlauf der Bildhelligkeit entspricht dem Verlauf der Interferenzkontrastfunktion $f_{IK}(\tau) = |\gamma(\tau)|$

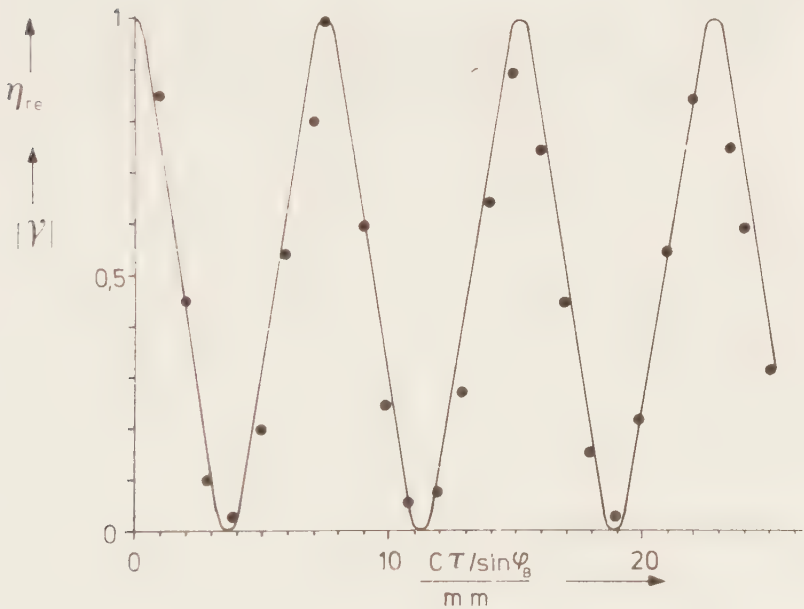


Bild 38b: Mit der Lippmann-Bragg-Struktur nach Bild 38a und der Meßanordnung nach Bild 35 ermittelter Verlauf des relativen Beugungswirkungsgrades η_{re} bzw. der zugehörigen Interferenzkontrastfunktion

Ein Laser mit diesem oder einem ähnlichen Verlauf der Interferenzkontrastfunktion ist für die Aufnahme von Hologrammen mit dem Effekt des sog. "depth contouring" /151/ geeignet.

Das holographisch rekonstruierte virtuelle Bild des Objektraums ist dabei von einer periodischen Folge von Streifen unterschiedlicher Helligkeit überzogen, welche jeweils der geometrische Ort aller Objektpunkte mit gleicher Verzögerungszeit τ zwischen der Objektwelle und der Referenzwelle bzgl. der Hologrammemulsion sind.

Der Objektraum wird auf diese Weise bei der Aufnahme mit einer Abstandsmarkierung versehen. Nimmt man bei einem derartigen Verfahren mit unserer Methode gleichzeitig den Verlauf der Funktion $|\gamma(\tau)|$ auf (welcher von Laserpuls zu Laserpuls verschieden sein kann), so erhält man eine Abstandseichung der im reproduzierten Hologramm sichtbaren Hell-Dunkel-Musterung.

Dieses Vorgehen könnte insbesondere bei der Pulsholographie schnell bewegter Objekte von Bedeutung sein, wenn zu einem bestimmten Zeitpunkt die räumliche Lokalisation der Objektpunkte bestimmt werden soll.

5. Zusammenfassung

Im theoretischen Teil der vorliegenden Dissertation wird der Versuch unternommen, durch eine systematische Untersuchung der von den wichtigsten Laseroszillatoren in verschiedenen Betriebszuständen emittierten Wellenfelder mit der Kohärenztheorie 2. Ordnung (nach Wolf /34/) ein erweitertes Verständnis deren Interferenzfähigkeit zu erarbeiten. Die theoretischen Ergebnisse werden durch exemplarische experimentelle Untersuchungen und die Entwicklung eines neuartigen Kohärenzmeßverfahrens ergänzt.

Die Arbeit ist in vier Kapitel untergliedert. Im ersten Kapitel werden mit dem Konzept des analytischen Signals und der damit formulierten Theorie der Feldkorrelationen 2. Ordnung die mathematischen Hilfsmittel für die späteren Betrachtungen bereitgestellt. Dabei werden bereits allgemeine, die Anwendung dieser Theorie und der mit ihr entwickelten Kohärenzbegriffe speziell auf Laserausgangssignale betreffende Gesichtspunkte herausgearbeitet.

Im zweiten Kapitel werden die Wellenfelder einiger praktisch wichtiger Typen von Laseroszillatoren auf ihre zeitlichen und räumlichen Kohärenzeigenschaften untersucht. Da sich die zeitlichen Kohärenzeigenschaften eines Wellenfeldes über das Wiener-Khinchine-Theorem vollständig aus den spektralen Eigenschaften ableiten lassen, steht eine Betrachtung aller das spektrale Ausgangsverhalten von Laseroszillatoren mit Fabry-Perot-Resonator beeinflussenden Mechanismen am Anfang. Davon ausgehend werden für verschiedene Betriebszustände von Dauerstrich-Laseroszillatoren Formeln für die Berechnung der in der interferometrischen Meßtechnik wichtigen Interferenzkontrastfunktion abgeleitet und diskutiert. Der in der Laborpraxis bedeutsame Effekt einer Frequenzwanderung der Fabry-Perot-Resonatoreigenschwingungen während des Beobachtungszeitraumes wird in seinem Einfluß auf die zeitliche Kohärenz des Laseroszillators untersucht und am Beispiel eines einlaufenden He:Ne-Lasers interferometrisch vermessen. In einer numerischen Analyse wird exemplarisch der Einfluß verschiedener Parameter auf die Interferenzkontrastfunktion eines He:Ne-Lasers demonstriert. Ein Vergleich des rechnerisch ermittelten mit dem meßtechnisch bestimmten Verlauf des Interferenzkontrastes eines He:Ne-Lasers ergibt eine gute Übereinstimmung und erlaubt eine näherungsweise Bestimmung der relativen Verluste des den Berechnungen zugrunde gelegten Fabry-Perot-Resonators.

Für einen Laseroszillator im allgemeinen Mehrschwingungstypenbetrieb wird ein geschlossener Ausdruck zur Berechnung der räumlichen Kohärenzeigenschaften der Wellenfront abgeleitet, welcher in einfacher Weise die Bedingung für voll-

ständige und bereichsweise partielle räumliche Kohärenz erkennen läßt. In diesem Zusammenhang wird auch eine einfache Beziehung zur Abschätzung des Bereichs vollständiger räumlicher Kohärenz eines rein axialen Mehrschwingungstypenlasers berechnet und für einige wichtige Laserarten diskutiert.

Ausgehend von den über das spektrale Ausgangsverhalten von gepulsten Festkörperlasern publizierten Einzelbeobachtungen wird mit einem vereinfachten Emissionsmodell ein Ausdruck für die Berechnung der Interferenzkontrastfunktion dieses Lasertyps aufgestellt, mit dem eine bislang nicht interpretierte Kohärenzmessung an einem freilaufenden Rubinlaser gedeutet werden kann. Da die Kohärenzeigenschaften des gütegeschalteten Rubinlasers im Einschwingungstypbetrieb wegen dessen großer Bedeutung in der Pulsholographie in der Literatur schon eingehend untersucht worden sind, konnten wir uns hier auf eine vergleichende Diskussion der bekanntgewordenen experimentellen Ergebnisse im Rahmen der für diesen Betriebszustand aufgestellten Theorie (/130/,/131/) und eine Erweiterung dieser Theorie auf den entsprechenden (für bestimmte holographische Meßverfahren interessanten) Mehrschwingungstypenbetrieb beschränken.

Das dritte Kapitel behandelt die mit den zeitlichen Kohärenzeigenschaften von Laserausgangssignalen in engem Zusammenhang stehenden linearen Pulslängenmeßverfahren. Nach einer Diskussion der diesen Verfahren eigenen Problematik wird mit dem Modell einer Folge von frequenzmodulierten Einzelpulsen eine in der Literatur beschriebene, an einem schwingungstypengekoppelten Glas:Nd-Laser durchgeführte Kohärenzmessung gedeutet. Weiterhin wird erstmals ein Vergleich zwischen den Meßgrößen der auf Amplitudenkorrelationen beruhenden linearen Pulslängenmeßverfahren einerseits und der auf Intensitätskorrelationen beruhenden quadratischen Pulslängenmeßverfahren andererseits durchgeführt. Die dabei allgemein abgeleiteten Ergebnisse werden am Beispiel eines schwingungstypengekoppelten Lasers numerisch ausgewertet und diskutiert und experimentell auf die Bestimmung der durch die Bandbreite begrenzten Pulslänge eines He:Ne-Laseroszillators im Selbstschwingungstypenkopplungsbetrieb angewandt.

Im vierten Kapitel stellen wir ein neuartiges, auf der Lippmann-Bragg-Holographie beruhendes und experimentell erprobtes Verfahren zur Registrierung der zeitlichen Kohärenzeigenschaften einmaliger, nicht mit Sicherheit reproduzierbarer Laserpulse vor. Das Verfahren zeichnet sich

durch eine leistungssparende Aufnahmetechnik und eine einfache, quantitative Ablesbarkeit der aufgenommenen zeitlichen Kohärenzfunktion aus und kann z. B. zur genauen Untersuchung der zeitlichen Kohärenzeigenschaften von gepulsten Rubinlasern in verschiedenen Betriebszuständen verwendet werden.

Anhang

Aufbau des bei den Messungen verwendeten Michelson-Interferometers

In Bild 39 ist schematisch der Aufbau des Michelson-Interferometers dargestellt, mit dem die in dieser Arbeit beschriebenen Messungen durchgeführt wurden. Der Betrag des komplexen Kohärenzgrades wurde nach (51) durch Messung der Intensität eines Interferenzmaximums ($\cos(\delta + 2\pi f_T) = 1$) und der Einzelintensitäten der beiden interferierenden Strahlen am gleichen Ort ermittelt.

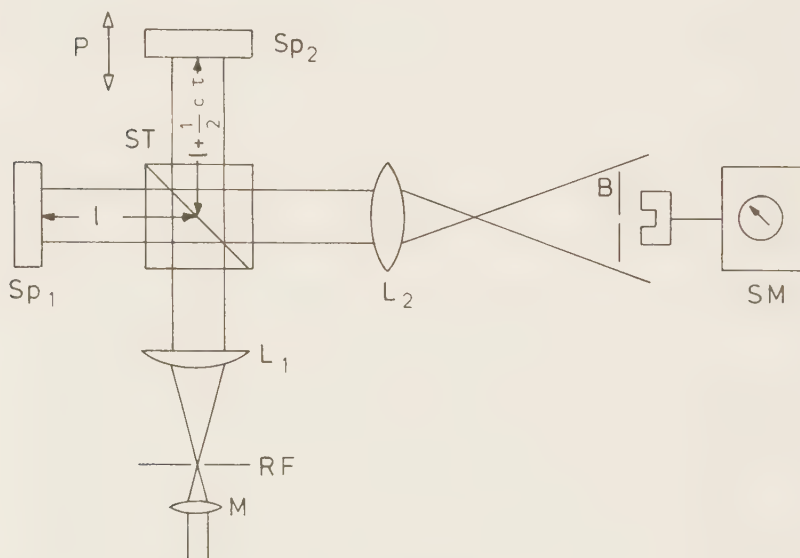


Bild 39: Aufbau des Michelson-Interferometers

Sp_1, Sp_2	Oberflächenspiegel in Justierhalterung
M	Mikroskopobjektiv
RF	Raumfilter-Lochblende
L_1	Plankonvexlinse $f = 10$ mm
L_2	Bikonvexlinse $f = 100$ mm
ST	Strahlteilungswürfel 1:1
SM	Strahlungsmeßgerät nach /176/
P	Parallelverschiebungsvorrichtung
B	Lochblende mit variablem Durchmesser

Literaturverzeichnis

1. Lehr- und Fachbücher

- / 1/ BORN, M,
WOLF, E.: Principles of Optics; Oxford, New York,
5th ed. 1975
- / 2/ VINSON,J.F.: Optische Kohärenz, Berlin, Oxford, Braunschweig
1971
- / 3/ BERAN,M.J.,
PARRENT Jr.,G.B.: Theory of Partial Coherence, Prentice Hall, N.J.
1964
- / 4/ TROUP,C.J.: Optical Coherence Theory - Recent Developments,
London 1967
- / 5/ KLEEN,
MÜLLER: Laser, Berlin 1969
- / 6/ LOUDON,R.: The Quantum Theory of Light; Oxford 1973
- / 7/ SIEGMAN,A.E.: An Introduction to Lasers and Masers; New York
1971
- / 8/ BLOOM,A.L.: Gas Lasers; New York 1968
- / 9/ BRAND,H.: Laser, Bonn 1966
- /10/ YARIV,A.: Introduction to Optical Electronics, New York
1971
- /11/ COLLIER,R.J.,
BURCKHARDT,Ch.B.,
LIN,L.H.: Optical Holography ; New York 1971
- /12/ FRANCON,M.,
SLAMSKY,S.: Cohérence en Optique; CNRS Paris 1965
- /13/ KIEMLE,H.,
ROSS,D.: Einführung in die Technik der Holographie,
Frankfurt/M. 1969
- /14/ GROH,G.: Holographie, Stuttgart 1973
- /15/ FLEISCHMANN,R.: Einführung in die Physik, Weinheim/Bergstraße
1973
- /16/ JACKSON,J.D.: Classical Electrodynamics, New York 1962
- /17/ KITTEL,Ch.: Introduction to Solid State Physics; New York
1967
- /18/ SCHLITT,H.: Stochastische Vorgänge in linearen und nicht-
linearen Regelkreisen; Braunschweig 1968
- /19/ GILOI,W.: Simulation und Analyse stochastischer Vorgänge;
München, Wien 1970

- /20/ TITCHMARSH,E.C.: Introduction to the Theory of Fourier Integrals; 2nd ed. Oxford 1948

2. Fachaufsätze und Monographien

- /21/ VERDET,E.: Constitution de la lumière non polarisée et de la lumière partiellement polarisée, Ann. Scientif. de l'Ecole Normale Supérieure 2 (1865) 291
- /22/ VERDET,E.: Leçons d'Optique 1 (Paris 1869) 106
- /23/ MICHELSON,A.A.: On the Application of Interference Methods to Astronomical Measurements, Phil. Mag. 5 (1890) 1
- /24/ MICHELSON,A.A.: On the Application of Interference-Methods to Spectroscopic Measurements
I) Phil. Mag. 31 (1891) 338
II) Phil. Mag. 34 (1892) 280
- /25/ MICHELSON,A.A.: Visibility of Interference Fringes in the Focus of a Telescope; Phil. Mag. 31.(1891) 256
- /26/ MICHELSON,A.A.: On the Application of Interference Methods to Astronomical Measurements; Astrophys.J.LI,5 (1920) 257
- /27/ V.LAUE,M.: Die Entropie von partiell kohärenten Strahlenbündeln
I) Ann.d.Phys. 23 (1907) 1
II) Ann.d.Phys. 23 (1907) 795
- /28/ BEREK,M.: Über Kohärenz und Konsonanz des Lichtes;
I) Z.f.Phys. 36 (1926) 675
II) Z.f.Phys. 36 (1926) 824
III) Z.f.Phys. 37 (1926) 387
IV) Z.f.Phys. 40 (1926) 420
- /29/ VAN CITTERT,P.H.: Die wahrscheinliche Schwingungsverteilung in einer von einer Lichtquelle direkt oder mittels einer Linse beleuchteten Ebene; Physica I (1934), 201
- /30/ VAN CITTERT,P.H. Kohärenz-Probleme; Physica VI, 10 (1939) 1129
- /31/ ZERNIKE,F.: The Concept of Degree of Coherence and its Application to Optical Problems; Physica 5 (1938) 785
- /32/ HOPKINS,H.H.: The Concept of Partial Coherence in Optics; Proc.Roy.Soc. A208 (1951) 263
- /33/ HOPKINS,H.H.: On the Diffraction Theory of Optical Images; Proc.Roy.Soc. 217 (1953) 408
- /34/ WOLF,E.: A Macroscopic Theory of Interference and Diffraction of Light from Finite Sources;
1.Proc.Roy.Soc. A 225 (1954) 96
2.Proc.Roy.Soc. A 230 (1955) 246

- /35/ BLANC-LAPIERRE,A., La Notion de Cohérence en Optique; Rev.
DUMONTET,P.: d'Optique 34 (1955) 1
- /36/ PARRENT,G.P.: Studies in the Theory of Partial Coherence;
Optica Acta (Paris) 6 (1959) 285
- /37/ PARRENT,G.P.: On the Propagation of Mutual Coherence ;
J.O.S.A. 49 , 8 (1959) 787
- /38/ WOLF,E.: Reciprocity Inequalities, Coherence Time and
Bandwidth in Signal Analysis and Optics;
Proc.Phys.Soc. 71 (1968) 257
- /39/ WOLF,E.: Is a Complete Determination of the Energy Spectrum
of Light Possible from Measurements of the Degree
of Coherence? Proc. Phys. Soc. 80 (1962) 1269
- /40/ WOLF,E.: Basic Concepts of Optical Coherence Theory in
Optical Masers; Brooklyn Polytechnic Press
(1963) 29
- /41/ WOLF,E.: Recent Researches on Coherence Properties of Light;
Quantum Electronics III: Proc. of the Third
International Congress, Paris, New York (1964) 13
- /42/ MANDEL,L., Some Properties of Coherent Light; J.O.S.A. 51,
WOLF,E.: 8 (1961) 815
- /43/ MANDEL,L.: Photon Degeneracy in Light from Optical Maser
and Other Sources; J.O.S.A. 51 (1961) 797
- /44/ MANDEL,L.: Transient Coherence in Optics; J.O.S.A. 52,
12 (1962) 1407
- /45/ MANDEL,L., The Measures of Bandwidth and Coherence Time in
WOLF,E.: Optics; Proc. Phys. Soc. 80 (1962) 894
- /46/ MANDEL,L. Photon Correlations; Phys. Rev. Lett. 10,
WOLF,E.: 7 (1963) 276
- /47/ WOLF,E.: Spatial Coherence of Resonant Modes in a Maser
Interferometer; Phys. Lett. 3, 4 (1963) 166
- /48/ MANDEL,L.: Some Coherence Properties of Non-Gaussian Light;
Quantum Electronics III (ed. P.Grivet, N.Bloem-
bergen), Paris, New York 1964
- /49/ MANDEL,L., Coherence Properties of Optical Fields; Rev.
WOLF,E.: Mod. Phys. 37, 2 (1965) 231
- /50/ KANO,Y., Temporal Coherence of Black Body Radiation;
WOLF,E.: Proc. Phys. Soc. 80 (1962) 1273
- /51/ KIMBLE,H.J., Spatial Coherence of Laser Output far below
MANDEL,L.: Threshold; J.O.S.A. 63, 12 (1973) 1550
- /52/ MIDDLETON,D.: Limiting Conditions on the Correlation Properties
of Random Signals; IRE Trans. CT3 (1956) 299

- /53/ FORRESTER,A.T.: On Coherence Properties of Light Waves;
Am. J. Phys. 24 (1956) 192
- /54/ SKINNER,Th.J.: Incoherent Source with an Arbitrarily Narrow
Power Spectrum; J.O.S.A. 51, 8(1961) 909
- /55/ ZUCKER,F.J.: Partially Coherent Electromagnetic Fields;
J.Res.Nat.Bur.Stand. (USA) 68D, 4 (1964) 460
- /56/ PERINA,J.: On the Relation between Coherence and Monochroma-
ticity; Phys.Lett. 14, 1 (1965) 34
- /57/ PERINA,J.,
MISTA,L.: Definitions of Coherence Time, Coherence Area
and Coherence Volume for Superposed Coherent
and Chaotic Radiation; Opt. Acta (GB) 21,
4 (1974) 329
- /58/ GLAUBER,R.J.: Quantum Theory of Coherence; Quantum Electronics
III: Proc. of the Third International Congress,
Paris, New York (1964) 111
- /59/ GLAUBER,R.J.: Quantum Theory of Coherence; Quantum Optics
(ed. Kay,S.M. , Maitland,A.); London, New York 1970
- /60/ HAKEN,H.: Theory of Coherence of Laser Light; Phys. Rev.
Lett. 13, 11 (1964) 329
- /61/ VANESSE,G.A.,
SAKAI,H.: Fourier Spectroscopy; Progress in Optics, vol.6
(ed. E.Wolf) 259; Amsterdam, New York 1967
- /62/ RÜCHARDT,E.: Lichtschwebungen und Lichtmodulation; Optik 6
(1950) 238
- /63/ V.LAUE,M.: Lichtschwebungen; Optik 7 (1950) 125
- /64/ CONNES,P.,
DUONG HONG TUAN,
PINARD,J.: Décomposition des raies spectrales par modulation
en haute fréquence; Journ. de Phys. 23 (1962)
173
- /65/ GOLAY,M.J.E.: Note on Coherence vs. Narrowbandedness in
Regenerative Oscillators, Masers, Lasers, etc.;
Proc. IRE 49, 5/I (1961) 958
- /66/ GOLAY, M.J.E.: Comment on Coherence; Proc. IRE 50, 2 (1962) 223
- /67/ BRACEWELL,R.N.: Defining the Coherence of a Signal; Proc. IRE
50, 2 (1962) 214
- /68/ GRAU,G.: Rauschen im optischen Spektralbereich; Z.angew.
Phys. 17, 1 (1964) 21
- /69/ GRAU,G.,
URANKAR,L.: Die Linienbreite der Laserstrahlung; Siemens
Entw. Ber. 27, 3 (1964) 317
- /70/ GRAU,G.: Kohärenz und statistische Eigenschaften optischer
Signale; Siemens Entw. Ber. 27, 3 (1964) 311
- /71/ GORDON,J.P.,
ZEIGER,H.J.,
TOWNES,C.H.: The Maser - New Type of Microwave Amplifier,
Frequency Standard, and Spectrometer; Phys. Rev.
99, 4 (1955) 1264

- /72/ SCHAWLOW,A.L., Infrared and Optical Masers; Phys. Rev. 112,
TOWNES,C.H.: (1958) 1940
- /73/ MAIMAN,T.H.: Stimulated Optical Radiation in Ruby; Nature 187
(1960) 493
- /74/ COLLINS, R.J., Coherence, Narrowing, Directionality, and Relaxation
NELSON,D.F., Oscillations in the Light Emission from Ruby;
SCHAWLOW,A.L., Phys. Rev. Lett. 5 (1960) 303
BOND,W.,
GARRET,C.G.B.,
KAISER,W.:
- /75/ NELSON,D.F., Spatial Coherence in the Output of an Optical
COLLINS,R.J.: Maser; J. Appl. Phys. 32 (1961) 734
- /76/ TOWNES,C.H.: Some Applications of Optical and Infrared Masers;
Advances in Quantum Electronics (ed. J.R.Singer)
New York (1961) 3
- /77/ JAVAN,A., Frequency Characteristics of a Continuous-Wave
BALLIK,E.A., He-Ne Optical Maser; J.O.S.A. 52,1 (1962) 96
BOND,W.L.:
- /78/ JESAJA,T.S., Frequency Stability of He-Ne Masers and Measurements
JAVAN,A., of Length; Phys. Rev. Lett. 10, 5 (1963) 165
TOWNES,C.H.:
- /79/ HERCHER,M.: Relationship between the Near Field Characteristics
of a Ruby Laser and its Optical Quality; Appl. Opt.
1 (1962) 655
- /80/ HERRIOTT,D.R.: Optical Properties of a Continuous Helium-Neon
Optical Maser; J.O.S.A. 52, 1 (1962) 31
- /81/ GALANIN,M.D., Coherence and Directionality of a Pulsed Ruby
LEONTOVICH,A.M., Optical Maser; Sov. Phys. JETP (USA); Zh. eksper.
CHIZHIKOVA,Z.A.: teor. Fiz. (USSR) 43, 1 (7) (1962) 347
- /82/ BERKLEY,D.A., Coherence Studies of Emission from Pulsed Ruby
WOLGA,G.J.: Laser; Phys. Rev. Lett. 9, 12 (1962) 479
- /83/ READY,J.F.: Time Coherence in Ruby Lasers; Proc. IRE 50,
7 (1962) 1695
- /84/ GRIVET,P., Masers and Classical Oscillators; Proc. Symp. on
BLAQUIERE,A.: Opt. Masers; Polytechnic Press Brooklyn, N.Y.,
1963, Vol. XIII, 69
- /85/ KOGELNIK,H., Laser Beams and Resonators; Appl. Opt. 5, 10 (1966)
LI,T.: 1550
- /86/ BERTOLOTTI,M., On the Linewidth of Electromagnetic Radiation in
SETTE,D., Equilibrium with an Optical Cavity, Nuovo
WANDERLINGH,F.: Cimento XLVIII B, 2 (1967) 301
- /87/ ERNST,G.J., Mode Structure of Active Resonators; IEEE JQE9,
WITTEMAN,W.J.: 9 (1973), 911

- /88/ HEARD,H.G.: Laser Parameter Measurements Handbook; New York 1968
- /89/ BODEM,F., REIDENBACH,H.-D.: Transformation of Gaussian Beams by Spherical and Cylindrical Lenses: The Scalar Diffraction Approach; Opt. and Quantum Electr. 8, 3 (1976) 207
- /90/ HODARA,H.: The Concept of Coherence - its Application to Lasers; Quantum Electronics III: Proc. of the Third International Congress, Paris, New York (1964) 121
- /91/ ERICKSON,E.F., BROWN,R.M.: Calculation of Fringe Visibility in a Laser-Illuminated Interferometer; J.O.S.A. 57, 3 (1967) 367
- /92/ LEFRANCOIS,G., NGUYEN,N.Ch.: Effect of Light Source Coherence in Holography; Onde Electr. (France) 48 (1968) 245
- /93/ BLANDIN,A.: Les Lasers, Onde électr.41 (1961) 931
- /94/ SOTSKII,B.A., GONCHARENKO,A.M.: Über den Zusammenhang zwischen dem Kohärenzgrad der Emission eines Quantengenerators und der Anzahl der Moden (in russisch), Opt. & Spectrosc. 19 (1965) 788
- /95/ MORLEY,D.C.W., SCHOFIELD,D.G., ALLEN,L., JONES,D.G.C.: Spatial Coherence and Mode Structure in the He-Ne-Laser, Brit. J. Appl. Phys. 18 (1967) 1419
- /96/ SALEH,B.E.A., MINKOWSKI,J.M.: On the Spatial Coherence of Laser Beams; J.Phys. A (GB) 8, 1 (1975) 120
- /97/ BERLOTTI,M., DAINO,B.: On the Measurement of the Spatial Coherence of a Laser Beam; Nuov. Cim. 33 (1964) 1705
- /98/ BERLOTTI,M., DAINO,B., GORI,F., SETTE,D.: Coherence Properties of Laser Beam; Nuovo Cimento 38, 4 (1965) 1505
- /99/ JANOSSY,M., CSILLAG,L., KANTOR,K.: The Spatial Coherence of a He-Ne-Laser Operating at 1.15μ , Measured with a Mach-Zehnder Interferometer; Phys. Lett. 18 (1965) 124
- /100/ CSILLAG,L., JANOSSY,M., KANTOR,K.: Investigation of Spatial Coherence and Phase Change in the Modes of a He-Ne-Laser; Phys. Lett. 20 (1966) 636
- /101/ CSILLAG,L., JANOSSY,M., KANTOR,K.: Experimental Investigation of the Spatial Coherence of a He-Ne-Laser; Acta Phys. Hungar. 23, 4 (1967) 373
- /102/ CHWALKO,R., STEPINSKI,S., HAMMER,H.: Spatial Coherence Measurements of Gas Laser Output; Acta Phys. Pol. 29 (1966) 753

- /103/ CORNACCHIO, J.V., FARNHAM, K.A.: On the Measurement of the Complex Spatial Coherence of a He-Ne-Laser Beam; Nuov. Cim 42B (1966) 108
- /104/ MOROKUMA, T., NEFFLEN, K.F., LAWRENCE, T.R., KLUCHER, T.M.: Interference Fringes with Long Path Difference Using He-Ne-Laser; J.O.S.A. 53, 3 (1963) 394
- /105/ ARECCHI, F.T., SONA, A.: Long-Distance Interferometry with a He-Ne-Laser, in: Quasi-Optics Symposium, Proceedings (Ed. Jerome Fox), Polytechnic Press, Brooklyn 1964, 623
- /106/ MARTIENSSEN, W., SPILLER, E.: Coherence and Fluctuation in Light Beams; Am.J. Phys. 32 (1964), 919
- /107/ GORDON, E.I., WHITE, A.D.: Single Frequency Gas Lasers at $6328 \text{ \AA}$, Proc. IEEE 52 (1964) 206
- /108/ SMITH, P.W.: Stabilized, Single-Frequency Output from a Long Laser Cavity, IEEE J.Q.E. 1 (1965), 343
- /109/ BARBER, H.P.: Coherence Length Extension of He-Ne Lasers; Appl. Opt. 7, 3 (1968) 559
- /110/ MAGYAR, G., MANDEL, L.: Interference Fringes Produced by Superposition of two Independent Maser Light Beams; Nature 198 (1963) 255
- /111/ FORRESTER, A.T., GUDMUNSEN, R.A., JOHNSON, P.O.: Photoelectric Mixing of Incoherent Light; Phys. Rev. 99 (1955) 1961
- /112/ MANDEL, L.: Quantum Theory of Interference Effects Produced by Independent Light Beams; Phys.Rev. 134, 1A (1964) A10
- /113/ LIPSETT, M.S., MANDEL, L.: Coherence Time Measurements of Light from Ruby Optical Masers; Nature 199 (1963) 553
- /114/ JORDAN, T.F., GHIEMMETTI, F.: Quantum Theory of Light from two Lasers; Phys. Rev. Lett. 12, 22 (1964) 607
- /115/ HAKEN, H.: A Nonlinear Theory of Laser Noise and Coherence; Zs. Phys. 181 (1964), 96
- /116/ STICKLEY, C.M.: Observation of Beats between Transverse Modes in Ruby Lasers; Proc. IEEE 51, 5 (1963) 848
- /117/ STICKLEY, C.M., TOWNSEND, Jr., R.C.: Detection of Transverse Mode Beat Frequencies from Ruby Lasers; Optical Masers, Brooklyn Polytechnic Press (1963) 541
- /118/ SILVER, M., WITTE, R.S., YORK, C.M.: Photobeats between Modes in Ruby Lasers; Appl. Opt. 3, 4 (1964) 539
- /119/ KOROBKIN, V.V., LEONTOVICH, A.M.: Beats between Oscillation Modes in a Ruby Laser; Zh. Eksper. Teor. Fiz. (USSR) 49, 1 (7) (1965) 10; Sov. Phys. JETP (USA) 22, 1 (1966)

- /120/ STICKLEY,C.M.: Transverse Modes of Ruby Lasers Using Beat-Frequency Detection and Fast Photography; Appl. Opt. 3, 8 (1964) 967
- /121/ WASZAK,L.: Direct Observation of Axial Mode Beating in Q-Switched Ruby Laser; Proc. IEEE 52, 4 (1964) 428
- /122/ FLAMHOLZ,A.,
WOLGA,G.J.: Transient Interference Studies of Passively Q-Switched Ruby Laser Emission; J.Appl.Phys. 39, 6 (1968) 2723
- /123/ GOLDSBOROUGH,J.B.: Beat Frequencies between Modes of a Concave-Mirror Optical Resonator; Appl. Opt. 3, 2 (1964) 267
- /124/ CLARK,G.L.,
WUERKER,R.F.,
YORK,C.M.: High-Speed Photographic Study of Coherent Radiation from a Ruby Laser; J.O.S.A. 52, 8 (1962) 878
- /125/ HANES,G.R.,
STOICHEFF,B.P.: Time-Dependence of the Frequency and Linewidth of the Optical Emission from a Pulsed Ruby Maser; Nature 195 (1962) 587
- /126/ McCLUNG,F.J.,
WEINER,D.: Longitudinal Mode Control in Giant Pulse Laser; IEE J.Q.E. QE-1 (1965) 94
- /127/ MANGER,H.: Selection of Axial Modes in Laser Oscillators; Z.Angew.Phys. 18, 4 (1965) 265
- /128/ STEIN,A.: Mode Selection for Giant Pulse Lasers; Appl. Opt. 6, 12 (1967) 2193
- /129/ SOOY,W.R.: The Natural Selection of Modes in a Passive Q-Switched Laser
- /130/ SIEBERT,L.D.: Holographic Coherence Length of a Pulse Laser; Appl. Opt. 10, 3 (1971) 632
- /131/ SIEBERT,L.D.: Coherence Length Curve for Ruby Oscillator-Amplifier; Appl. Phys. Lett. 16, 8 (1970) 318
- /132/ McCLUNG,F.J.,
JACOBSEN,A.D.,
CLOSE,D.H.: Some Experiments Performed with a Reflected-Light Pulsed Laser Holography System ; Appl. Opt. 9, (1970) 103
- /133/ BRADLEY,D.J.,
MAGAYAR,G.,
RICHARDSON,M.C.: Intensity Dependent Frequency Shift in Ruby Laser Giant Pulses, Nature 212 (1966), 63
- /134/ BARNES,N.P.,
CRABBE,I.A.: Coherence Length of a Q-Switched Nd:YAG Laser; J.Appl.Phys. 46, 9 (1975) 4093
- /135/ SMITH,R.L.,
ALLEY,C.O.: A Linear Technique for the Measurement of Ultra-short Optical Pulse Widths; Opt. Commun. 1 (1970) 262
- /136/ CRISP,M.D.: Comment on a Linear Technique for the Measurement of Ultrashort Optical Pulse Widths; Opt. Commun. 3, 2 (1971) 111

- /137/ GREENHOW,R.C., Picosecond Light Pulses, in D.Goodwin,
SCHMIDT,A.J.: Advances in Quantum Electronics; London, New York
1974
- /138/ BRADLEY,D.J., Ultrashort Pulse Measurements; Proc. IEEE 62,
NEW,G.H.C.: 3 (1974) 313
- /139/ BRADLEY,D.J., Amplitude and Phase Structure of Picosecond
NEW,G.H.C., Pulses from Nd:Glass Lasers; Phys. Lett. 32A
CAUGHEY,S.J.: (1970) 313
- /140/ RUIZ,H.J., Interpulse Coherence of Picosecond Pulses;
TURNER,J.J., Opt. Comm. 6 (1972) 435
RABSON,T.A.:
- /141/ TREACY,E.B.: Measurement of Picosecond Pulse Substructure
Using Compressing Techniques; Appl. Phys. Lett.
14 (1969) 112
- /142/ TREACY,E.B.: Direct Demonstration of Picosecond-Pulse Frequency
Sweep; Appl. Phys. Lett. 17 (1970) 14
- /143/ SMITH,P.W.: Mode-Locking of Lasers; Proc. IEEE 58, 9 (1970)
1342
- /144/ HANBURY BROWN,R., Correlation between Photons in Two Coherent
TWISS,R.Q.: Beams of Light, Nature 177 (1957), 27
- /145/ HANBURY BROWN,R., Interferometry of the Intensity Fluctuation in
TWISS,R.Q.: Light, I. Basic Theory: The Correlation between
Photons in Coherent Beams of Radiation, Proc.
Roy. Soc. A 242 (1957), 300
- /146/ HANBURY BROWN,R., Interferometry of the Intensity Fluctuation in
TWISS,R.Q.: Light, II. An Experimental Test of the Theory
for Partially Coherent Light, Proc. Roy. Soc.
A243 (1958) 291
- /147/ FRANCON,M., Measurement of the Second Order Degree of Coherence;
MALLICK,S.: Progress in Optics, Vol. 6 (ed. E. Eof) Amsterdam,
New York (1967) 71
- /148/ FRIESEM,A.A., Recording Parameters of Spatially Modulated Coherent
KOZMA,A., Wavefronts; Appl. Opt. 6 (1967) 851
ADAMS,G.F.:
- /149/ ALEKSOFF,C.: Gas Lasers as Sources for Holography; Appl.
Opt. 6 (1967) 2192
- /150/ STASELKO,D.I., Holographic Recording of the Time-Coherence Pattern
DENISYUK,Yu.N., of a Wave Train from a Pulsed Laser Source;
SMIRNOW,A.G.: Opt. & Spectr. (USA) 26, 3 (1969) 225
- /151/ WUERKER,R.F., Ruby Laser Holography; Soc. Phot. Opt. Inst. Eng. J.
HEFLINGER,L.O.: 9, 4 (1971) 122
- /152/ LURIE,M.: Fourier-Transform Holograms with Partially Coherent
Light: Holographic Measurement of Spatial Coherence;
J.O.S.A. 58, 5 (1968) 614

- /153/ STETSON,K.A.,
POWELL,R.L.: Hologramm Interferometry; J.O.S.A. 56, 9 (1966) 1161
- /154/ ROSS,I.N.: Holographic Measurement of Coherence, in: Application of Holography: Proc. of Symposium of Holography (ed. Vienot, J.C.; Bulabois, J.; Pasteur, J.); Besancon 1970
- /155/ MIRANDE,W.,
WEINGARTNER,I.: Recording of Inhomogeneous Mutual Coherence Functions in One Hologram by Using a Combination of Image and Fourier (Fresnel) Holography; Opt. Comm. 2, 3 (1970) 97
- /156/ STASELKO,D.I.,
VORONIN,V.B.,
SMIRNOW,A.G.: Holographic Method for Measuring Spatial Coherence Functions; Opt. & Spectr. (USA) 34 (1973) 320
- /157/ FUJIWARA,H.,
TOMITA,A.: A Holographic Measurement of the Pulse Width of a Q-Switched Ruby Laser; Opt. Comm. 14, 1 (1975) 17
- /158/ FUJIWARA,H.,
YASUTAKE,M.,
MARUTA,K.: A New Holographic Measurement of Frequency Sweeping of the Output from a Q-Switched Ruby Laser ; Opt. Comm. 14, 1 (1975) 21
- /159/ FUJWARA,H.: Holographic Investigation of the Temporal Coherence of the Output of a Q-Switched Ruby Laser; Opt. Comm. 14, 3 (1975) 318
- /160/ YOUNG,M.,
HICKS,A.: Holographic Ruby Laser with Long Coherence and Precise Timing; Appl. Opt. 13, 11 (1974) 2486
- /161/ MURATA,K.,
ASAKURA,T.,
FUJIWARA,H.: Effects of Spatial Coherence on Holography; Optica Acta 17 (1970) 5
- /162/ AGFA-GEVAERT Technische Information - Holographie - Antwerpen, Leverkusen, November 1967
- /163/ LIPPMANN,G.: La Photographie des Couleurs; C.R.Acad.Sci. Paris 112 (1891) 274
- /164/ LIPPMANN,G.: Sur la Théorie de la Photographie des Couleurs Simples et Composées par la Méthode Interférentielle, J. de Physique (Paris) 3 (1894) 97
- /165/ STROKE,G.W.,
LABEYRIE,A.E.: White-Light Reconstruction of Holographic Images Using the Lippmann-Bragg Diffraction Effect, Phys. Lett. 20 (1966) 368
- /166/ DENISYUK,Yu.N.: Photographic Reconstruction of the Optical Properties of an Object in its own Scattered Radiation Field; Sov. Phys. Doklady 7 (1962) 543
- /167/ KIEMLE,V.H.: Lippmann-Bragg-Holograms as Periodic Ladder Networks; Frequenz 22, 7 (1968) 206
- /168/ BURCKHARDT,C.B.: Efficiency of a Dielectric Grating, J.O.S.A. 57 (1967) 601

- /169/ KOGELNIK,H.: Reconstructing Response and Efficiency of Hologram Gratings; Proc.Symp.Modern Optics (ed. J.Fox) Brooklyn Polytechnic Press (1967) 605
- /170/ KOGELNIK,H.: 'Coupled Wave Theory for Thick Hologram Gratings, Bell Syst. Techn. J. 48 (1969) 2909
- /171/ GABOR,D., The Theory of Deep Holograms, Proc. Roy. Soc. STROKE,G.W.: A 304 (1968) 275
- /172/ KOWARSCHIK,R., Diffraction Efficiency of Volume Holograms I/II; KESSLER,S.: Opt. & Quant. Electr. 7 (1965) 1, 399
- /173/ VALOT-DEGUEURCE,M.O., Evaluation du facteur de coherence complexe d'une BAINIER,C.: emission laser par superposition de deux systèmes d'ondes stationnaires; Opt. Comm. 5, 5 (1972) 367
- /174/ VIENOT,J.Ch., Phénomènes quasi stationnaires produits dans une DEGUEURCE,M.O.: cavité Fabry-Pérot de 3,80 m de longueur au moyen d'une impulsion laser; C.R.Acad.Sci. (Paris) 266B (1968) 1502
- /175/ VALOT-DEGUEURCE,M.O.: Determination Du Profil Spectral D'Une Raie En Emission Stimulée A Partir De Phénomènes D'Ondes Stationnaires De Durée Faible (30 Nanosecondes); Opt.Comm. 2 (1970) 336
- /176/ VALVO Die Fotodiode BPX 94 in einer Schaltung zur Messung sehr niedriger Bestrahlungsstärken, Valvobrief 26. März 1973, Valvo Hamburg 1, Burchardstr. 19
- /177/ POLITCH,J., Application of Longitudinal Multimode Laser Coherence ASSA,A: Properties to Increase the Holographic Depth of Field ; Opt. Comm. 7, 3 (1973) 266
- /178/ WIENER,O.: Stehenden Lichtwellen und die Schwingungsrichtung polarisierten Lichtes; Ann. d.Phys. 40 (1890) 203
- /179/ SPECTRA PHYSICS INC., Mountain View, Calif., private Mitteilung
- /180/ SPECTRA PHYSICS INC., Model 165 Ion Laser with Model 265 Power Supply Introduction Manual; Mountain View Calif. 1972
- /181/ ROTHROCK,L.R., Ruby Laser Rods; Union Carbide Co., San Diego, Calif. WILDER,R.:
- /182/ KAROBKIN,V.V., Dynamics of the Field and Generation Frequency LEONTOVICH,A.M., in a Giant Pulse of Laser With Passive Shutter; POPOVA,M.N.: J.E.T.P. Letters 3 (1966) 194

Liste der wichtigsten Formelzeichen

Formelzeichen	Bedeutung	Eingeführt in Gl.-Nr.
$a(\vec{r}, f)$	Amplitude der Spektraldichtefunktion der reellen Feldamplitudenfunktion $V^R(\vec{r}, t)$	(1)
$a(\vec{r}, t)$	reelle Amplitudenfunktion eines quasimonochromatischen analytischen Signals $V(\vec{r}, t)$	(13)
b	Frequenzwanderungsgeschwindigkeit einer Fabry-Perot-Resonatoreigenschwingung (Frequenzverschiebung pro Zeiteinheit)	(131)
c_I	reelle Konstante, welche das Quadrat einer Feldamplitudenfunktion mit dem zugehörigen Leistungsfluß (Leistung pro Flächeneinheit) verknüpft	(19)
f	Frequenz des Wellenfeldes	
f_{IK}	Interferenzkontrastfunktion $f_{IK} = \gamma $ bei gleichen Intensitäten der interferierenden Teilwellen (54)	(54), (55)
F_K	Kohärenzfläche	(68)
G	Kreuzspektraldichtefunktion bzw. spektrale Leistungsdichtefunktion der Feldamplitudenfunktion V	(41) (26)
G_0	spektrale Leistungsdichte der Feldamplitudenfunktion einer einzelnen Fabry-Perot-Resonatoreigenschwingung	(127)

g_D	normiertes Dopplerverstärkungsprofil	(185)
I	über ein Beobachtungsintervall ($t_M - t_D \leq t \leq t_M + t_D$) gemittelter Feld- leistungsfluß (Leistung pro Flächeneinheit)	(20)
j	imaginäre Einheit $\sqrt{-1}$	
$\vec{k}$	Wellenzahlvektor; $ \vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda}$	
K_1, K_2	reelle Faktoren	(28)
$\cdot$	Höhe der Verlustgeraden des Fabry- Perot-Resonators im normierten Doppler- verstärkungsprofil	(186)
l_K	Kohärenzlänge eines Wellenfeldes	(70)
p	Profilbreitensparameter eines zeitlichen Gaußprofils	(194), (203) (221), (231)
$\vec{r}$	Ortsvektor des Wellenfeldes	
r	Zylinderkoordinate	(108)
R_1, R_2	Spiegelkrümmungsradien des Fabry-Perot- Resonators	
t	Zeitkoordinate	
t_M	Beobachtungsmittenzzeit	
t_D	halbe Breite des Beobachtungsintervalls ($t_M - t_D \leq t \leq t_M + t_D$)	
$u_i(\vec{r})$	komplexe räumliche Amplitudenfunktion des gaußschen Wellentyps i eines Fabry-Perot- Resonators	(156), (166)

$\hat{u}_i(\vec{r})$	reelle räumliche Amplitudenfunktion des gaußschen Wellentyps i eines Fabry- Perot-Resonators	(166),(170)
$u(\vec{r},f)$	komplexe Spektraldichtefunktion der reellen Feldamplitudenfunktion $V^I(\vec{r},t)$	(9)
$V(\vec{r},t)$	komplexe Feldamplitudenfunktion (analytisches Signal)	(3)
$V^R(\vec{r},t)$	Realteil von $V(\vec{r},t)$	(1)
$V^I(\vec{r},t)$	Imaginärteil von $V(\vec{r},t)$	(2)
$v(\vec{r},f)$	komplexe Spektraldichtefunktion der reellen Feldamplitudenfunktion $V^R(\vec{r},t)$	(5)
V_K	Kohärenzvolumen	(71)
W	über ein Beobachtungsintervall ($t_M - t_D \leq t \leq t_M + t_D$) integrierter Feldleistungsfluß (Energie pro Flächeneinheit)	(19)
$w(z)$	Gaußstrahlradius	(106)
w_0	Gaußstrahltaille	(106)
x,y,z	kartesische Koordinaten	
Γ_2	Feldamplitudenkreuzkorrelationsfunktion	(29),(30)
Γ_2^R	Realteil von Γ_2	
γ	komplexer Kohärenzgrad	(33)
γ^R	Realteil von γ	
γ^I	Imaginärteil von γ	

$\gamma_{G_0} \cdot \gamma_0$	komplexer Kohärenzgrad eines einzelnen Eigenschwingungstyps des Fabry-Perot-Resonators ($ \gamma_{G_0} = \gamma_0 $)	
I	normierte Intensitätskorrelationsfunktion	(227)
φ	reelle Phasenfunktion des komplexen Kohärenzgrades	(47)
η	Beugungswirkungsgrad der Lippmann-Bragg-Struktur	(251)
$\eta_{rel} = \frac{\eta}{\eta_{max}}$	relativer Beugungswirkungsgrad der Lippmann-Bragg-Struktur	
λ	Wellenlänge des Feldes	
$\tau = \tau_2 - \tau_1$	Verzögerungszeit zwischen zwei Feldamplituden am Überlagerungsort	(28), (42)
τ_K	Kohärenzzeit eines Wellenfeldes	(69)
$\varphi(\vec{r}, f)$	Phase der reellen Spektraldichtefunktion der Feldamplitudenfunktion $V^R(\vec{r}, t)$	(1)
$\varphi(\vec{r}, t)$	reelle Phasenfunktion eines quasimonochromatischen analytischen Signals $V(\vec{r}, t)$	(13)
r	Zylinderkoordinate	(108)
θ_B	Brewsterwinkel	

Die vorliegende Arbeit wurde am Institut für Hochfrequenztechnik der Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg durchgeführt.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Hans Brand, dem Direktor des Instituts, danke ich sehr herzlich dafür, daß er die Durchführung der Arbeit ermöglicht und ihren Fortgang stets durch seinen fachlichen Rat unterstützt hat. Ebenso danke ich Herrn Prof. Dr.rer.nat. A.W.Lohmann, dem Leiter des Physikalischen Instituts (Lehrstuhl für Angewandte Optik) der Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg für wertvolle fachliche Hinweise und für die bereitwillige Übernahme des Koreferats.

Mein Dank gilt weiterhin Herrn Dipl.-Ing. B. Krauß für seine Hilfe bei der Durchführung einiger Experimente und Herrn Dipl.-Ing. J. Träumer für verschiedene numerische Auswertungen.

Meinem Kollegen Herrn Dr.-Ing. H.-D.Reidenbach danke ich für die allzeit gute Zusammenarbeit in unseren Laser-Laboratorien.

Die numerischen Berechnungen wurden am Rechenzentrum der Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg ausgeführt, dessen Mitarbeitern ich für die zuverlässige Bearbeitung der Rechenprogramme danken möchte.

Der Verfasser

Lebenslauf des Verfassers

27.12.1942	geboren in Silberbach (Sudetenland) als Sohn des Kaufmanns Friedrich Bodem und seiner Ehefrau Paula Bodem, geb. Köhler
1948 - 1949	Volksschule Gottfrieding (Krs. Dingolfing)
1949 - 1953	Volksschule Neunkirchen am Brand (Krs. Forchheim)
1953 - 1956	Ohm-Oberrealschule Erlangen
1956 - 1962	Chiemgau-Gymnasium Traunstein
18.7.1962	Reifeprüfung
1962 - 1965	Wehrdienst Bundesluftwaffe
1965 - 1972	Studium der Physik an der Friedrich-Alexander- Universität Erlangen-Nürnberg
1.11.1968	Diplom-Vorprüfung
8.2.1972	Diplom-Hauptprüfung
1.5.1972	Wissenschaftliche Hilfskraft am Institut für Hochfrequenztechnik der Universität Erlangen-Nürnberg
seit 1.7.1972	Verwalter der Dienstgeschäfte eines wissenschaft- lichen Assistenten am gleichen Institut

Copy-Center 2000

852 ERLANGEN · Obere Karlstr. 30
Tel. 09131-26197